

Издательство «Учитель»

ГЕОМЕТРИЯ
IX КЛАСС
(поурочные планы)

Составитель Т. И. Купорова

Волгоград

Охраняется законом об авторском праве. Воспроизведение всего пособия или любой его части, а также реализация тиража запрещаются без письменного разрешения издателя. Любые попытки нарушения закона будут преследоваться в судебном порядке.

**О ГЕОМЕТРИЯ
IX КЛАСС
(поурочные планы), 2001**

О Составитель Т. И. Купорова

**Ответственные за выпуск Л. Е. Гринин
Л. Н. Ситникова
Редактор Л. Н. Ситникова
Корректор С. В. Бакушина**

**О Издательство «Учитель»
400059, Волгоград, п/о 59, в/я 32
Лицензия ЛП № 060709 от 13.02.97**

ISBN 5-7057-0196-9

Данное пособие – примерное поурочное планирование. Предназначено учителям математики, работающим по учебнику А. В. Погорелова «Геометрия VII–XI» (М.: Просвещение, 1990 и последующие издания).

Пособие освещает опыт работы учителя математики и рассчитано на творческое его использование.

**Отпечатано в ГУПП «Калачевская типография»
с готового оригинал-макета.**

Печать офсетная. Бумага газетная. Формат 60х84 1/16. Объем 5,25 п.л.

Заказ № 1596 Тираж 10 000 экз.

404507 Волгоградская обл., г. Калач-на-Дону, ул. Кравченко. 7.

ГЕОМЕТРИЯ

Учебник: Погорелов А. В. Геометрия. VII–XI.
М.: Просвещение, 1990 и последующие издания.

IX класс

Примерное почасовое планирование (2 часа в неделю, всего 68 часов).

№ пункта	Название темы	Количество часов
1	2	3
§11	Подобие фигур	16
100	Преобразование подобия	1
101	Свойства преобразования подобия	1
102	Подобие фигур	1
103	Признак подобия треугольников по двум углам	1
104	Признак подобия треугольников по двум сторонам и углу между ними	1
105	Признак подобия треугольников по трем сторонам	2
106	Подобие прямоугольных треугольников. Решение задач	2
	Контрольная работа № 1	1
107	Углы, вписанные в окружность	3
108	Пропорциональность отрезков хорд и секущих. Решение задач	2
	Контрольная работа № 2	1
§12	Решение треугольников	11
109	Теорема косинусов	2
110	Теорема синусов	2
111	Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами	1
112	Решение треугольников	5
	Контрольная работа № 3	1
§13	Многоугольники	15
113	Ломаная	1
114	Выпуклые многоугольники	1
115	Правильные многоугольники	1
116	Формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников	3
117	Построение правильных многоугольников	1
	Контрольная работа № 4	1

1	2	3
118	Подобие правильных выпуклых многоугольников.	1
119	Длина окружности. Решение задач	2
120	Радиянная мера углов. Решение задач	3
	Контрольная работа № 5	1
§14	Площади фигур	12
121	Понятие площади	1
122	Площадь прямоугольника	1
123	Площадь параллелограмма	1
124	Площадь треугольника	1
125	Формула Герона для площади треугольников	1
126	Площадь трапеции	1
	Контрольная работа № 6	1
127	Формулы для радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника	1
128	Площади подобных фигур	1
129	Площадь круга. Решение задач	2
	Контрольная работа № 7	1
	Обобщающее повторение курса планиметрии	14

§ 11. ПОДОБИЕ ФИГУР (16 часов)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ. СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОДОБИЯ (2 часа)

Урок № 1

Цели: изучить понятия преобразования подобия; гомотетии относительно центра O ; свойства гомотетии.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

Повторить:

1. Какое преобразование фигуры называется движением?
2. Свойства движения:

- 1) Во что переходят при движении точки, лежащие на прямой; сохраняется ли при этом порядок их взаимного расположения?
- 2) Во что переходят при движении прямые, полупрямые отрезки?
- 3) Сохраняются ли при движении углы?

II. Изучение нового материала.

1. Определение преобразования подобия.
2. Ввести понятие коэффициента подобия.

3. Выяснить, при каком значении коэффициента преобразование подобия является движением.
4. Изучить определение гомотетии относительно центра.
5. Ввести понятие коэффициента гомотетии и гомотетичных фигур.
6. Доказать теорему о том, что гомотетия есть преобразование подобия.
7. Познакомить учащихся с практическим применением гомотетии и подобия.

III. Закрепление изученного материала.

1. Проверить понимание и усвоение учащимися изученного материала (ответы на вопросы).
2. Решить задачи:
 - 1) Точки A, A_1, B, B_1 не лежат на одной прямой. При гомотетии точка A переходит в точку A_1 , а точка B – в точку B_1 . Постройте центр гомотетии.
 - 2) На плоскости даны точки O, A и B . Отметьте точки A' и B' , в которые перейдут точки A и B при гомотетии, относительно центра O , если коэффициент гомотетии равен 3.
 - 3) Сделать аналогичные построения для точек C и D с коэффициентом $\frac{1}{2}$.

IV. Итоги урока.

V. Задание на дом: § 11, в 1–3, упр. 1, 2.

Урок № 2

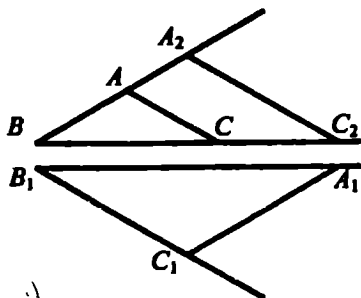
Цели: изучить свойства преобразования подобия. Выработать у учащихся умение доказывать, что преобразование подобия сохраняет углы.

I. Проверка усвоения изученного на предыдущем уроке материала.

1. Фронтальный опрос.
2. Два человека записывают в это время на доске решения домашних задач для последующей проверки с классом.

II. Изучение нового материала.

1. Доказать свойства преобразования подобия (доказывается так же, как и для движения).



2. Доказать утверждение: «Преобразование подобия сохраняет углы между полупрямыми».

На доске выписать соотношение между сторонами треугольников ABC , A_2BC_2 , $A_1B_1C_1$.

- 1) Преобразованием подобия с коэффициентом k ΔABC переводится в $\Delta A_1B_1C_1$.

2) Следовательно, по определению подобия $A_1B_1 = k \cdot AB$, $B_1C_1 = k \cdot BC$, $A_1C_1 = k \cdot AC$.

3) Преобразование гомотетии относительно центра B с коэффициентом k переводит точку A в A_2 , B – в B_2 , C – в C_2 , т.е. $A_2B = k \cdot AB$, $A_2C_2 = k \cdot AC$, $B_2C_2 = k \cdot BC$, тогда $\Delta A_2B_2C_2 = \Delta A_1B_1C_1$ по третьему признаку, значит, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи:

1) Дана гомотетия с $k = \frac{1}{2}$ и центром в начале координат:

а) в какие точки переходят точки $A(-2; 4)$, $B(6; -2)$;

б) вычислите расстояние между точками A и B ;

в) вычислите расстояние между построенными точками A' и B' ;

г) запишите соотношение между расстояниями AB и $A'B'$ [$A'B' = \frac{1}{2}AB$].

2) Вершины треугольника ABC имеют координаты $A(2; 0)$, $B(-5; 3)$, $C(4; -2)$. Запишите координаты вершины треугольника, в который переходит ΔABC , при гомотетии относительно начала координат с коэффициентом $k = 4$.

IV. Подведение итогов урока.

V. Задание на дом: §11, в. 4, упр. 3, 4.

ПОДОБИЕ ФИГУР ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (8 часов)

Урок № 1

Цели: рассмотреть определение подобных фигур, подобных треугольников, их свойства и следствия из них.

I. Проверка домашнего задания.

Обсудить решения домашних задач, ответить на вопросы учащихся.

II. Изучение нового материала.

1. Ввести определение подобных фигур и символическое обозначение подобия фигур.

2. Доказать свойство, что если фигура F_1 подобна фигуре F_2 , а фигура F_2 подобна фигуре F_3 , то фигура F_1 подобна фигуре F_3 .

3. Ввести общее определение для подобных треугольников: «Треугольники называются подобными, если они переводятся друг в друга преобразованием подобия».

4. Акцентировать внимание учащихся на том, что если $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то обязательно:

- 1) A перейдет в A_1 , B – в B_1 , C – в C_1 ;
- 2) $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ и

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

5. Для выработки соответствующего навыка у учащихся устно решить задачи:

- 1) $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 85^\circ$, $\angle C = 65^\circ$. Чему равны углы A_1 , B_1 , C_1 ?
- 2) $\triangle ABC \sim \triangle C_1A_1B_1$, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см, $A_1B_1 = 12$ см. Вычислить B_1C_1 и A_1C_1 [$B_1C_1 = 18$ см, $A_1C_1 = 9$ см].

III. Закрепление изученного материала. Решить задачи № 34, 36, 37.

IV. Итоги урока.

V. Задание на дом: § 11, в. 5, 6, упр. 6, 7.

Урок № 2

Цели: изучить признак подобия треугольников по двум углам.

I. Проверка выполнения домашнего задания.

1. Проверить решение домашних задач (2 человека у доски, с последующей проверкой всем классом).
2. Устный опрос учащихся с использованием вопросов 1–7 из § 11.
3. Повторить признаки равенства треугольников.

II. Изучение нового материала.

1. Дсказать признак подобия треугольников по двум углам. Доказательство всех признаков проводится по следующему плану (рис. 240 учебногo пособия):

- 1) $\triangle A_1B_1C_1$ подвергается преобразованию подобия, например, гомотетии с коэффициентом подобия $k = \frac{AB}{A_1B_1}$. При этом получается некий третий $\triangle A_2B_2C_2$.

- 2) Доказывается равенство $\triangle ABC = \triangle A_2B_2C_2$.

- 3) Доказывается, что $\triangle A_1B_1C_1$ переводится в $\triangle ABC$ преобразованием подобия, т. е. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ по определению.

2. Проверить усвоение учащимися доказательства теоремы, вызвав ученика по желанию.

III. Решение задач.

1. Задача № 9 (рис. 1).

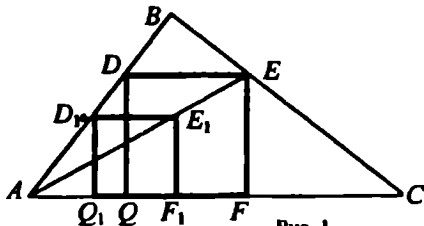


Рис. 1

1) Построим квадрат $D_1E_1F_1Q_1$ такой, чтобы вершины F_1 и Q_1 лежали на стороне AC , а вершина D_1 на стороне AB .

2) Гомотетия относительно вершины A , переводящая точку E_1 в точку E , лежащую на стороне BC , переводит точки D_1 в D , F_1 – в F , Q_1 – в Q .

3) $EF \perp AC$, длина отрезка EF – сторона искомого квадрата.

4) Четырехугольник $DEFQ$ – квадрат, так как гомотетия переводит фигуру в подобную фигуру.

2. Доказать, что в подобных треугольниках высоты пропорциональны соответствующим сторонам (рис. 2, а, б). Решение:

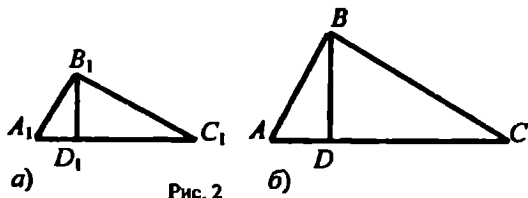


Рис. 2

1) Так как

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, следует $\angle A = \angle A_1$.

2) По условию

$\angle BDA = \angle B_1D_1A_1 = 90^\circ$.

3) Значит, $\triangle ABD \sim \triangle A_1B_1D_1$ по первому признаку подобия.

4) Из подобия треугольников следует:

$$\frac{BD}{B_1D_1} = \frac{AB}{A_1B_1}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

3. № 10

IV. Итоги урока.

V. Задание на дом: § 11, в. 7, упр. 11, 12.

Урок № 3

Цели: изучить признак подобия треугольников по двум сторонам и углу между ними. Выработать умение учащихся применять изученные теоремы при решении задач.

I. Проверка усвоения изученного материала.

1. Проверить знание I признака подобия треугольников (один человек – у доски, и можно три человека с листочками – за первыми партами).

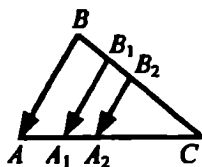
2. Два человека у доски записывают решение домашних задач.

3. Устная работа с классом:

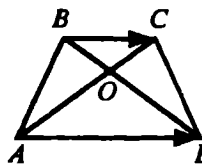
1) Контрольные вопросы 1–7.

2) Подобны ли прямоугольные треугольники, если в одном из них имеется угол в 42° , а в другом – угол в 48° ?

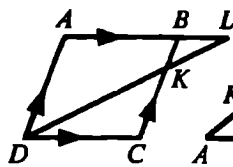
3) На рис. 1, а, б, в, г (см. с. 9) параллельные прямые показаны одинаково направленными стрелками. Найти на этих рисунках подобные треугольники и объяснить, почему они подобны?



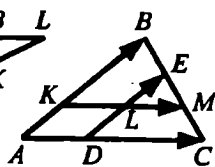
а)



б)



в)



г)

Рис. 1

II. Изучение и закрепление нового материала.

1. Доказать II признак подобия треугольников.
2. Решить задачи:

1) На одной стороне угла A отложены отрезки $AB = 5$ см и $AC = 16$ см. На другой стороне этого же угла отложены отрезки $AD = 8$ см и $AF = 10$ см. Подобны ли треугольники ACD и ABF ? Ответ обосновать.

Ответ: Да, угол A в этих треугольниках общий и стороны, образующие этот угол пропорциональны. Использовать чертеж.

2) Стороны угла AOB пересечены двумя параллельными прямыми CD и C_1D_1 так, что $OC = 8$ см, $CC_1 = 6$ см, $OD = 12$ см. Вычислите DD_1 и C_1D_1 , если $CD = 9$ см.

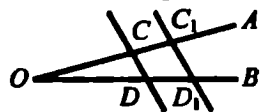


Рис. 2

Ответ: 9 см; 15,75 см.

III. Задание на дом: § 11, в. 8, упр. 18, 30.

Уроки № 4, 5

Цели: изучить третий признак подобия треугольников, продолжить формирование у учащихся навыков применения этих признаков при решении задач.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Проверка доказательства I и II признаков подобия треугольников (у доски, и за первыми партами – с листочками; это позволяет проверить у учащихся знание признаков и накопить отметки).

2. Фронтальная работа с классом:

- 1) Какие фигуры называются подобными?
- 2) Каким знаком обозначается подобие фигур? Как записывается подобие треугольников?
- 3) Сформулировать I и II признаки подобия треугольников.
- 4) Устно решить задачи:

а) в подобных треугольниках PQR и ABC равны углы Q и B , R и C , $PQ = 3$ см, $PR = 4$ см, $AB = 6$ см, $\angle A = 40^\circ$. Найдите: а) AC ; б) $\angle P$;
б) стороны данного треугольника 3,5 см, 4 см, 8 мм. Большая сторона второго треугольника, подобного данному, равна 6 см. Вычислите стороны второго треугольника.

3. Собрать листочки у работающих на месте и выслушать ответы учащихся, работающих у доски.

II. Изучение нового материала.

1. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle KML$. Назвать равные углы и пропорциональные отрезки.

2. Сформулировать и доказать III признак подобия треугольников.

3. Устно решить задачи:

1) Подобны ли любые два равносторонних треугольника?

2) В равностороннем треугольнике проведены его средние линии. Среди всех образовавшихся треугольников укажите подобные (чертеж заготовить на доске).

3) Подобны ли два треугольника, если их стороны имеют длины:

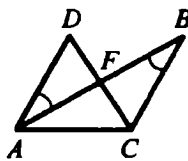
4 см, 5 см, 6 см и 8 мм, 10 мм, 12 мм;

3 см, 4 см, 6 см и 9 см, 15 см, 18 см;

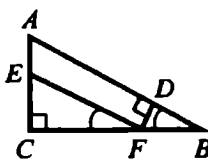
1 дм, 2 дм, 2 дм и 1 дм, 1 дм, 0,5 дм?

III. Решение задач, закрепление изученного материала.

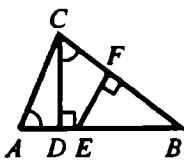
1. По данным рис. 1, а, б, в, г найдите подобные треугольники и объясните, почему они подобны?



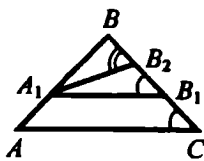
а)



б)



в)



г)

Рис. 1

2. Из вершины прямого угла данного треугольника проведена высота. Сколько пар подобных треугольников образовалось на этом чертеже?

Ответ: Три пары.

3. Подобны ли два треугольника, если их средние линии соответственно пропорциональны?

Ответ: Да.

4. Подобны ли равнобедренные треугольники, если они имеют равные острые углы?

Ответ: Подобны лишь в том случае, если оба угла взяты при вершинах треугольников или при их основаниях.

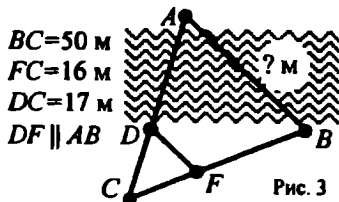
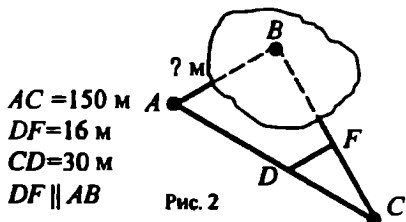
5. На стороне AC треугольника ABC дана точка D, такая что $\angle ABD = \angle ACB$. Вычислите:

1) Длины сторон треугольника ABD, если $AB = 8$ см, $BC = 12$ см, $AC = 16$ см.

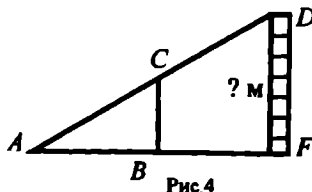
2) Найдите отношение периметров треугольников ABC и ABD.

Вопросы к задаче № 5:

- 1) Чему равен коэффициент подобия для данных треугольников?
 - 2) Чему равно отношение периметров этих треугольников?
 - 3) Какой предположительный вывод об отношении периметров подобных треугольников можно сделать?
 - 4) Доказать этот вывод (задача № 36 из учебника).
6. Решить задачу № 38 из учебника.
7. Показать практическое применение подобия треугольников для определения:



- 1) расстояния между двумя точками A и B (рис. 2), из которых точка B недоступна;
 - 2) ширины реки (рис.3);
 - 3) высоты какого-либо сооружения (CB – любой, имеющийся под рукой шест),
- рис. 4.



IV. Задание на дом:

1. На одном уроке – задача № 35 (1, 2) и практическая работа:
 - 1) Измерить высоту какого-либо сооружения (моста, высокого здания, телевизионной вышки и т. п.).
 - 2) Выполнить на местности измерительную работу по определению расстояния между двумя точками, одна из которых недоступна.
 Практическую работу красочно оформить на альбомных листах (в дальнейшем можно использовать как наглядное пособие).
2. На другом уроке: § 11, в. 1–9, упр. 31, 27.

В конце второго урока можно провести самостоятельную работу:

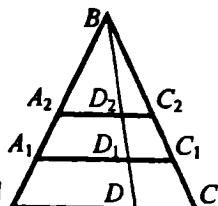
- 1) Используя рисунок 5, написать пропорции, начинающиеся с отношений:

Вариант I

Вариант II

$$а) \frac{AC}{A_1C_1}; б) \frac{BC}{C_2C_1} \quad \left| \quad а) \frac{AB}{A_2B}; б) \frac{BD}{BD_1} \right.$$

- 2) Прямая, параллельная стороне данного A



треугольника ABC , делит другую сторону в отношении 1:5 (считая от вершины). Вычислите длины сторон отсеченного треугольника, если длины сторон данного треугольника равны:

9 см; 12 см; 18 см | 15 см; 21 см; 24 см

3) Подобны ли равнобедренные треугольники, если они имеют: равные, тупые углы? | по прямому углу?

Ответ обосновать.

Уроки № 6, 7

Цели: показать применение подобия треугольников при доказательстве, подобия прямоугольных треугольников, свойств катетов, высоты и биссектрисы прямоугольного треугольника. Продолжить формирование у учащихся умений и навыков использования доказанных признаков и свойств при решении задач. Подготовиться к контрольной работе.

I. Анализ результатов самостоятельной работы и домашней практической работы.

II. Изучение нового материала.

1. Предложить учащимся самостоятельно сформулировать признак подобия прямоугольных треугольников и обосновать его.

2. Построить прямоугольный $\triangle ABC$ с прямым углом C . Провести высоту CD из вершины прямого угла C . Найти получившиеся при этом подобные треугольники и написать пропорции, получившиеся при этом, и сформулировать вытекающие из них свойства:

1) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD}, \text{ или}$$

$$BC = \sqrt{AB \cdot BD}.$$

2) $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, так как

$$\angle CAD = \angle BCD$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}, \text{ или}$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD}.$$

Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

3. Доказать свойство биссектрисы треугольника (рис. 244 учебного пособия).

III. Закрепление изученного материала, решение задач.

1. Провести фронтальный опрос учащихся по вопросам 1–12 учебного пособия без доказательств.

2. Решить задачи № 29, 40, 41, 32.

3. В конце второго урока рекомендуется провести проверочную работу.

Вариант I

1) Высота CD прямоугольного треугольника ABC делит гипотенузу AB на части $AD = 16$ см и $BD = 9$ см. Докажите, что $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, и найдите высоту CD .

Ответ: 12 см.

2) Точки M и N лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, $AC = 16$ см, $BC = 12$ см, $CM = 12$ см, $CN = 9$ см. Докажите, что $MN \parallel AB$.

Ответ: Из подобия $\triangle ACB$ и $\triangle MCN$

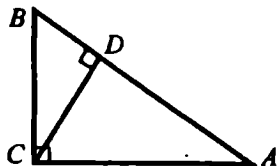


Рис. 1

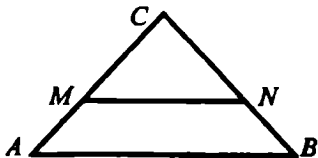


Рис. 2

по II признаку: $\angle C$ – общий и $\frac{AC}{MC} = \frac{BC}{NC} = \frac{4}{3}$,

следует равенство углов CMN и CAB , а они соответственные при прямых MN и AB и секущей AC , значит, $MN \parallel AB$.

Вариант II

1) Высота CD прямоугольного треугольника ABC отсекает от гипотенузы AB , равной 9 см, отрезок AD , равный 4 см. Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ и найдите AC .

Ответ: 6 см.

2) Диагонали AC и BD четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $AO = 18$ см, $OC = 12$ см, $OB = 15$ см, $OD = 10$ см. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

Ответ: $\triangle AOB \sim \triangle COD$ по II признаку: $\angle AOB = \angle COD$, как вертикальные и

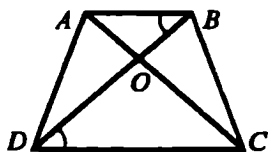


Рис. 3

$$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} = \frac{3}{2}.$$

Из подобия следует равенство углов ABO и CDO , а они – внутренние накрест лежащие углы при прямых AB , DC и секущей DB , значит, $AB \parallel DC$, т. е. $ABCD$ – трапеция.

Вариант III (для более подготовленных учащихся)

1) Диагональ AC трапеции $ABCD$ ($AB \parallel DC$) делит ее на два подобных треугольника. Найдите S_{ABCD} , если $AB = 25$ см, $BC = 20$ см, $AC = 15$ см.

2) Угол B треугольника ABC в два раза больше угла A . Биссектриса угла B делит AC на части $AD = 6$ см и $CD = 3$ см. Найдите стороны треугольника ABC .

IV. Задание на дом: 1 ур. – § 11, в. 1–12, упр. 39, 43; 2 ур. – § 11, в. 1–12, упр. 35 (3) 44.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (1 час)

Цель: проверить знания, умение и навыки учащихся по теме «Подобие фигур».

Контрольную работу можно провести, используя дидактический материал, а можно в форме программированного тестирования.

Возможные варианты тестов приведены в конце пособия.

УГЛЫ, ВПИСАННЫЕ В ОКРУЖНОСТЬ (3 часа)

Урок № 1

Цели: ввести понятия градусной меры дуги, окружности, центрального и вписанного углов.

I. Изучение нового материала можно дать в виде короткой лекции. В тетрадях учащихся должен остаться опорный конспект.

$\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle AOB$ – центральные углы;

$\cup AB$ и $\cup ACB$ – полуокружности;

$\cup AC$ и $\cup BC$ – меньше полуокружности;

$\cup BAC$ и $\cup ABC$ – больше полуокружности;

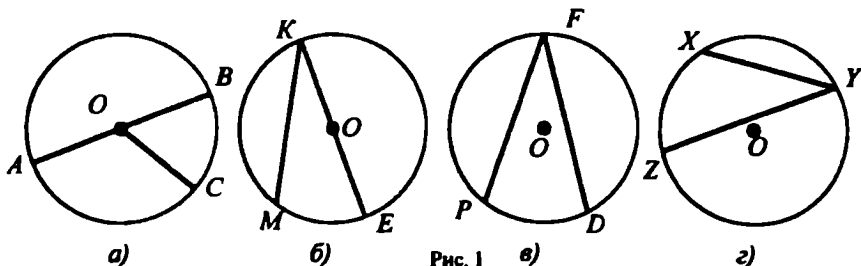


Рис. 1

$\cup AC = \angle AOC$; $\cup BC = \angle BOC$;

$\cup AB = \cup ACB = \angle AOB$;

$\cup BAC = 360^\circ - \angle BOC$; $\cup ABC = 360^\circ - \angle AOC$;

$\cup AC + \cup ABC = \angle AOC + (360^\circ - \angle AOC) = 360^\circ$;

$\angle MKE$, $\angle PFD$, $\angle XYZ$ – вписанные.

II. Закрепление изученного материала.

1. Устно решить задачи:

1) Вписанный угол ABC равен 40° . Как расположены точки O и B относительно прямой AC ?

2) Вписанный угол ADC равен 153° . Как расположены точки O и D относительно прямой AC ?

3)

а) $\cup AC = 30^\circ$. Найти $\cup ABC$, $\cup BC$, $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle COB$.

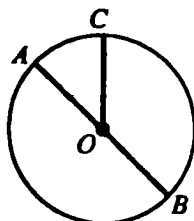


Рис. 2

б) $\angle BOC = 168^\circ$. Найти $\angle COA$, $\cup CB$, $\cup CBA$, $\cup CA$.

III. Задание на дом: 1. § 11, в. 13, 14, 15.

2. Решить задачи:

1) Вершины треугольника ABC делят окружность с центром O на три дуги: $\cup AB$, $\cup BC$, $\cup AC$, градусные меры которых относятся как 2:9:7. Найдите углы $\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle AOB$.

2) Точки K , M и T лежат на окружности с центром O , так что $\cup TM$ в три раза больше $\cup KT$, а $\cup KT$ на 60° меньше дуги KM . Найдите градусные меры этих дуг.

Урок № 2

Цели: доказать теорему об измерении вписанных углов, изучить следствия из этой теоремы и выработать умение использования их при решении задач.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Устно, по готовым чертежам, решить задачи:

1) На рис. 1 изображена окружность с центром O , $\cup BC = 70^\circ$. Найдите углы $\triangle ABO$.

Ответ: $35^\circ, 35^\circ, 110^\circ$.

2) Дана окружность (рис. 2) с центром O , KM – биссектриса угла AKB . Докажите, что OM – биссектриса угла AOB .

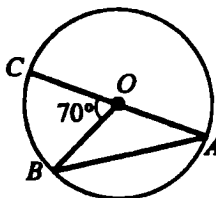


Рис. 1

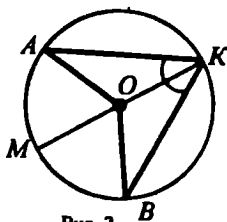


Рис. 2

II. Изучение нового материала.

1. Рассмотрение теоремы можно начать с доказательства отдельных частных случаев, и тогда учащиеся смогут сформулировать эту теорему как обобщение полученных результатов самостоятельно.

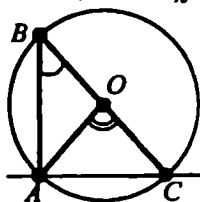


Рис. 3

Задача № 1

Угол ABC вписанный (рис. 3), причем BC – диаметр. Выразите угол ABC через угол AOC .

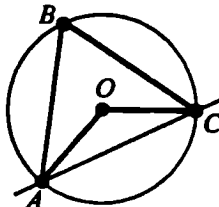
Решение: угол AOC – внешний угол треугольника AOB , и поэтому $\angle AOC = \angle A + \angle B$, но треугольник AOB равнобедренный

(так как $AO =$

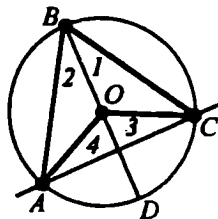
$= BO = R$), следовательно, $\angle ABC$ равен половине $\angle AOC$.

Задача № 2

Угол ABC вписанный. Выразите угол ABC через угол AOC . (рис. 4, а).



а)



б)

Рис. 4

Решение: выполним дополнительное построение: проведем диаметр BD (рис. 4, б).

Тогда по задаче № 1 $\angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \angle 4$, $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle 3$, но

$$\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \angle 3 + \frac{1}{2} \cdot \angle 4 = \frac{1}{2} (\angle 3 + \angle 4) = \frac{1}{2} \cdot \angle AOC.$$

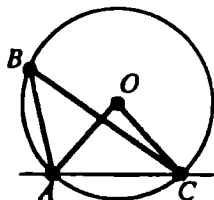


Рис. 5

Задача № 3

Угол ABC вписанный (рис. 5). Выразите $\angle ABC$ через $\angle AOC$.

Дополнительные построения и решение задачи № 3 аналогичны построениям и решению задачи № 2 и могут быть выполнены учащимися самостоятельно.

2. После разбора задач можно провести следующие обобщения:

1) Где во всех разобранных случаях лежали центр окружности — точка O и вершина вписанного угла — точка B относительно прямой AC ? Ответ: В одной полуплоскости.

2) Какие возможные случаи расположения центра окружности O относительно сторон вписанного угла рассмотрены? Ответ: На стороне угла, внутри угла, вне угла. Возможны ли другие случаи? Ответ: Нет.

3) Чему во всех разобранных случаях равен вписанный угол ABC ? Ответ: Половина угла AOC .

4) Еще один вывод: $0^\circ < \angle AOC < 180^\circ$, следовательно, $0^\circ < \frac{1}{2} \angle AOC < 90^\circ$ или $0^\circ < \angle ABC < 90^\circ$, то есть $\angle ABC$ острый.

3. Предложить учащимся сформулировать теорему об измерении вписанных углов.

III. Закрепление изученного материала.

1. Доказать, что вписанный угол (рис. 6), стороны которого проходят через конец диаметра окружности, прямой.

Решение задачи провести по готовому чертежу, с выполненными дополнительными построениями.

2. Выразить угол ABC через угол AOC , если точки B и O лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC .

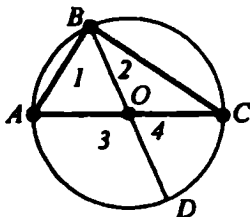


Рис. 6

IV. Задание на дом: § 11, в. 16, упр. 48, 49, 50.

Урок № 3

Цели: выработать у учащихся умение использовать знания, полученные на уроках 1 и 2, при решении задач.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

Провести фронтальный опрос по всему материалу, изученному на уроках 1, 2, с использованием опорного конспекта.

II. Решение задач.

1. Углы AMC и ATC вписаны в одну и ту же окружность. Что можно сказать о величинах этих углов?

2. Хорда AB делит окружность на две дуги AMB и ATB . Вычислите величины вписанных углов в эту окружность, если:

1) $\cup AMB : \cup ATB = 2 : 3$; 2) $\cup AMB : \cup ATB = 4 : 5$.

3. Центральный угол на 35° больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Вычислите величину каждого из этих углов.

4. Постройте центр данной окружности с помощью одного чертежного треугольника (использовать свойство углов, опирающихся на диаметр, построить два таких угла).

5. Задача № 53.

6. Провести проверочную самостоятельную работу.

Вариант I: точки A, B, C лежат на окружности с центром O . $\angle AOB = 80^\circ$, $\cup AC : \cup BC = 2 : 3$. Найдите углы треугольника ABC .

Вариант II: вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром O , $\angle ABC = 80^\circ$, $\cup BC : \cup AB = 3 : 2$. Найдите углы треугольника AOB .

Вариант III (для более подготовленных учащихся). Окружность с центром O касается сторон AB, BC, AC треугольника ABC соответственно в точках K, M и N , $\cup KM : \cup MN : \cup NK = 6 : 5 : 7$. Найдите углы треугольника ABC .

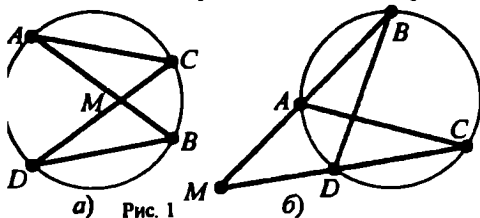
III. Задание на дом: § 11, в. 13–16, упр. 52, 54.

ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ОТРЕЗКОВ, ХОРД И СЕКУЩИХ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (2 часа)

Урок № 1

Цели: изучить свойства отрезков пересекающихся хорд и свойства секущих отрезков и показать, как они используются при решении задач.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.



а) Рис. 1

б)

1. Повторить признаки подобия треугольников (можно только первый).
2. Устно решить задачу по готовому чертежу (рис. 1, а, б).

По данным рисунков доказать, что $\triangle AMC \sim \triangle DMB$.

II. Изучение нового материала.

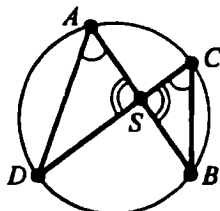


Рис. 2

1. Сформулировать и доказать свойства отрезков пересекающихся хорд.

Дано: окружность (O, R), AB и CD – хорды окружности (рис. 2); $AB \cap CD = S$.

Доказать: $AS \cdot BS = CS \cdot DS$.

К доказательству свойства учащиеся уже подготовлены решением задачи из пункта I (см. рис. 1, а) и могут провести его самостоятельно.

2. Сформулировать и доказать свойство секущих отрезков.

Доказательство данного свойства можно предложить учащимся самостоятельно разобрать по учебнику.

III. Закрепление изученного материала, решение задач.

1. Хорды AB и CD пересекаются в точке K , причем хорда AB делится точкой K на отрезки, равные 10 см и 6 см. На какие отрезки точка K делит хорду CD , если CD больше AB на 3 см. Ответ: 4 см и 15 см.

2. Хорды MK и PT пересекаются в точке A . Найдите длину AM , если $AP = 2$ дм, $AT = 24$ дм, $KA : TA = 3 : 4$. Ответ: 6 дм.

IV. Задание на дом: 1. § 11, в. 172. 2. Решить задачи:

1) Хорды MN и KL пересекаются в точке A , причем хорда MN делится точкой A на отрезки, равные 1 см и 15 см. На какие отрезки точка A делит хорду KL , если KL в два раза меньше MN ?

2) Хорды AB и CD пересекаются в точке M . Найдите длину хорды AB , если $CM = 4$ см, $DM = 9$ см, $AM : MB = 4$.

Урок № 2

Цели: выработать у учащихся умение применять при решении задач изученные теоремы и свойства. Подготовиться к контрольной работе.

I. Решить задачи:

1. Хорды окружности MK и FE пересекаются. Найдите угол MEK , если $\angle MFE = 45^\circ$, $\angle EFK = 100^\circ$. Ответ: 35° .

2. Диаметр AB пересекает хорду CD в точке M (рис. 1). Найдите отрезки, на которые точка M делит диаметр AB , если $r = 10$ см, $CM = 4$ см, $MD = 9$ см.

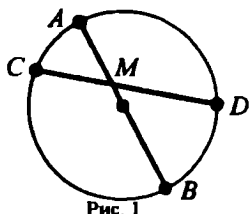


Рис. 1

$$\left[\begin{array}{l} AM \cdot MB = CM \cdot MD. \\ AM = x \text{ см}, AB = 2r = 20 \text{ см}, MB = (20 - x) \text{ см}. \\ CM = 4 \text{ см}, MD = 9 \text{ см}. \\ x \cdot (20 - x) = 4 \cdot 9 \Rightarrow AM = 2 \text{ см}, MD = 18 \text{ см}. \end{array} \right]$$

3. Задача № 60. Дано: a, α, h_a . Построить: $\triangle ABC$ так, чтобы $BC = a$, $\angle BMC = \alpha$, $AN = h_a$.

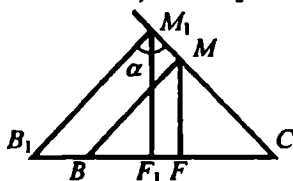


Рис. 2

Решение: построим сначала равнобедренный треугольник с основанием a и углом α .

Анализ. Предположим, что задача решена. Пусть $\triangle BMC$ искомым (рис. 2): $BC = a$, $\angle BMC = \alpha$. Проведем MF – биссектрису угла BMC , она является одновременно высотой и медианой $\triangle BMC$.

Построение. Строим угол M_1 , равный α . Проводим биссектрису этого угла, M_1F_1 и луч CB , перпендикулярный M_1F_1 . На этом луче от точки C откладываем отрезок $BC = a$. Через точку B проведем прямую BM параллельно B_1M_1 до пересечения с продолжением луча CM_1 в точке M . Треугольник BMC – искомым.

Теперь построим треугольник, удовлетворяющий требованиям задачи.

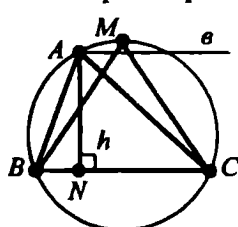


Рис. 3

Построение. Опишем вокруг $\triangle BMC$ (равнобедренного с основанием a , рис. 3), окружность и проведем прямую a параллельно BC на расстоянии h от нее: A – точка пересечения этой прямой с окружностью; $\triangle ABC$ – искомым. В самом деле в этом треугольнике $BC = a$, $\angle BAC = \angle BMC = \alpha$, $AN \perp BC$, $AN = h$ по определению расстояния между параллельными прямыми.

II. Задание на дом:

1. Повторить весь теоретический материал, подготовиться к контрольной работе.

2. Решить задачи:

1) Хорда AB пересекает диаметр CD окружности с центром O в точке K . Найдите хорду AB , если $AK = 11$ см, $CK = 3$ см, $OD = 12,5$ см.

Ответ: 17 см.

2) Постройте треугольник по стороне, противолежащему ей углу и медиане, проведенной из вершины этого угла.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (1 час)

Цели: проверить знания, умение и навыки учащихся по теме «Углы, вписанные в окружность. Пропорциональность отрезков хорд и секущих».

Вариант I

1) Хорды окружности AC и BD пересекаются. Найдите угол CAD , если $\angle ABD = 30^\circ$, $\angle ADC = 50^\circ$.

Ответ: 100° .

2) В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 5 см, а высота, опущенная на основание, – 3 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: 4 см.

Вариант II

1) Хорды окружности AD и BC пересекаются. Найдите угол BAC , если $\angle ADC = 35^\circ$, $\angle ACB = 65^\circ$. Ответ: 80° .

2) В равнобедренном треугольнике боковые стороны равны 10 дм, а высота, опущенная на основание, – 8 дм. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника. Ответ: 6,25 дм.

Первые задания этой контрольной работы выполняются с помощью теоремы 11.5 и ее следствия. Вершины вписанных углов, стороны которых проходят через две данные точки окружности, могут лежать как по одну сторону от прямой, соединяющей эти точки, так и по разные стороны от нее. Поэтому учащимся важно знать и понимать, какой центральный угол соответствует тому или иному вписанному углу.

Второе задание – на применение свойства пропорциональных отрезков хорд окружности. Но прежде надо установить, где находится центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника.

Также для подготовки или проведения контрольной работы можно использовать тест 2 (см. с. 62).

§ 12. РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (11 часов)

Изучение темы начинается с изучения теоремы косинусов и теоремы синусов, которые вместе с теоремой о сумме углов треугольника составляют аппарат решения треугольников. Применение теорем синусов и косинусов закрепляется а решении задач, воспроизведения же доказательств этих теорем можно от учащихся не требовать.

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ (2 часа).

Цели: выработать у учащихся умение доказывать теорему косинусов, записывать ее в виде равенства. Сформировать у учащихся умение применять изученную теорему и следствия из нее в решении задач при нахождении углов треугольника (косинусов углов) по трем данным сторонам, нахождении третьей стороны треугольника по данным двум сторонам и углу между ними.

Урок № 1

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Повторить понятие суммы (разности) двух векторов.
2. Повторить формулу для вычисления скалярного квадрата разности векторов.
3. Вспомнить с учащимися понятие проекция наклонной, выполнив соответствующие построения, и рассмотреть проекции стороны треугольника

на другую его сторону для различных углов между ними (острого, прямого, тупого).

4. Повторить соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

II. Изучение нового материала.

1. Доказать теорему 12.1 (использовать п. 109 учебника). Доказательство теоремы не должно вызвать затруднений у учащихся, так как все формулы, понятия и свойства, используемые при доказательстве, были предварительно повторены.

2. Изучить следствия из теоремы.

III. Закрепление изученного материала.

1. Запишите, пользуясь теоремой косинусов, квадрат стороны c ΔABC , если: 1) $\gamma = 60^\circ$; 2) $\gamma = 30^\circ$; 3) $\gamma = 45^\circ$.

Ответ: 1) $c^2 = a^2 + b^2 - ab$;

2) $c^2 = a^2 + b^2 - ab\sqrt{3}$;

3) $c^2 = a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab$.

2. Устно. Пользуясь формулой $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$, исследуйте, как изменяется сторона a при возрастании угла α от 0° до 180° (при постоянных значениях b и c).

Ответ: При возрастании угла от 0° до 90° значение a возрастает, так как $\cos \alpha$ при этом убывает, оставаясь положительным. При дальнейшем возрастании угла α от 90° до 180° значения $\cos \alpha$ убывают от 0 до -1 . Следовательно, значения a при этом продолжают возрастать.

3. Устно. При каких значениях угла α квадрат стороны треугольника, лежащей против этого угла: 1) меньше суммы квадратов двух других сторон; 2) равен сумме квадратов двух других сторон; 3) больше суммы квадратов двух других сторон?

4. Устно. Не вычисляя величины углов треугольника, укажите вид каждого из треугольников (относительно углов), если его стороны равны: 1) 7; 8; 12; 2) 0,3; 0,4; 0,5; 3) 15; 15; 15; 4) 8; 10; 12.

5. Вычислите неизвестную сторону треугольника ABC по следующим данным: 1) $a = 7$, $b = 10$, $\gamma = 56^\circ 29'$; 2) $a = 2$, $c = 3$, $\beta = 123^\circ 17'$; 3) $b = 0,4$; $c = 1,2$; $\alpha = 23^\circ 28'$.

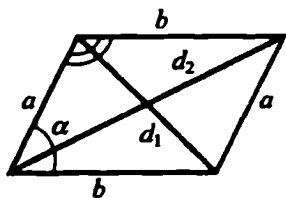
Ответ: 1) $c \approx 8,5$; 2) $b \approx 4,4$; 3) $a \approx 0,8$.

IV. Задание на дом: § 12, в 1, 2 упр. 1, 2.

I. Решение задач на применение теоремы косинусов и следствия из нее.

1. Повторить весь необходимый для решения задач теоретический материал.

2. Задачи:



1) Доказать, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон.

По теореме косинусов $d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$;
 $d_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos (180 - \alpha) =$
 $= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$;
 $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$ (что и требовалось доказать).

2) Вычислить больший из углов треугольника ABC, если:

а) $a = 3, b = 4, c = 6$;

Ответ: $\approx 117^\circ 17'$.

б) $a = 40, b = 13, c = 37$.

Ответ: $\approx 93^\circ 42'$.

3) Выразите диагонали параллелограмма через стороны a, b и его угол α и вычислите их при:

а) $a = 12$ дм, $b = 15$ дм, $\alpha = 52^\circ$;

Ответ: $\approx 24,3$ дм и $\approx 12,1$ дм.

б) $a = 3,5$ дм, $b = 3,5$ дм, $\alpha = 100^\circ$.

Ответ: $\approx 5,4$ дм и $\approx 4,5$ дм.

В задачах 2) и 3) первые задания можно решить вместе с классом, а вторые самостоятельно, при этом один человек – у доски, и проверить у 2–3, решивших задачу первыми. Это дает возможность накапливать отметки.

3. № 6 из учебного пособия (задача на применение следствия из теоремы косинусов).

II. Задание на дом: §12, в. 1, 2, упр. 7, 8.

ТЕОРЕМА СИНУСОВ (2 часа)

Цели: выработать у учащихся умение формулировать и доказывать теорему синусов; записывать ее формулировку символически и составлять пропорции для сторон и углов данного треугольника и применять полученные знания при решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Проводя доказательство теоремы синусов, полезно сделать краткую запись:

1) $\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ$, рис. 265, а из учебного пособия.

$$CD = b \cdot \sin \alpha, CD = a \cdot \sin \beta.$$

2) $\alpha > 90^\circ$, рис. 265, б из учебного пособия.

$$CD = b \cdot \sin (180^\circ - \alpha) = b \cdot \sin \alpha, CD = a \cdot \sin \beta.$$

Из 1) и 2) следует, что $b \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta$, поделив обе части равенства на $a \cdot b$, получим:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}; \text{аналогично доказываем равенство } \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

Объединив два последних равенства, получим:

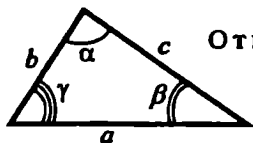
$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

II. Закрепление изученного материала

1. Устно. Даны сторона a и углы β и α треугольника. Как найти:

1) сторону b ;

2) сторону c треугольника.



Ответ:

$$1) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \Rightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha};$$

$$2) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c} \Rightarrow c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{a \sin(180 - \alpha - \beta)}{\sin \alpha}.$$

2. Вычислите стороны и углы треугольника, если:

1) $a = 109, \beta = 33^\circ 24', \gamma = 66^\circ 59'$. Ответ: $b \approx 61, c \approx 102, \alpha \approx 79^\circ 37'$.

2) $c = 16, \alpha = 143^\circ 08', \beta = 22^\circ 37'$. Ответ: $a \approx 39, b \approx 25, \gamma \approx 14^\circ 15'$.

3. Диагональ параллелограмма длиной m образует со сторонами этого параллелограмма углы α и β . Выразите длины сторон параллелограмма через m, α и β .

$$\text{Ответ: } a = \frac{m \cdot \sin \alpha}{\sin(180 - \alpha - \beta)}; b = \frac{m \cdot \sin \beta}{\sin(180 - \alpha - \beta)}.$$

Знаменатели в ответах можно преобразовать, используя формулы приведения.

4. № 12 из учебного пособия.

III. Задание на дом: 1. § 12, в. 3, упр. 13.

2. Вычислите стороны и углы треугольника, если:

1) $a = 20, b = 13, \alpha = 67^\circ 23'$. Ответ: $\beta \approx 36^\circ 52'; \gamma \approx 75^\circ 45'; c \approx 21$.

2) $a = 37, c = 59, \gamma = 23^\circ 20'$. Ответ: $\alpha \approx 14^\circ 23'; \beta \approx 142^\circ 17'; b \approx 91,3$.

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА И ПРОТИВОЛЕЖАЩИМИ СТОРОНАМИ (1 час)

Цели: проверить усвоение учащимися теорем синусов и косинусов и умение использовать их при решении задач. Изучить следствия из теоремы синусов. Выработать умение применять соотношения между сторонами и углами треугольника в решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Доказать следствие из теоремы синусов, что если:

1) $\alpha > \beta$, то $a > b$;

2) $a > b$, то $\alpha > \beta$.

После доказательства первого утверждения добавить, что в случае $\alpha = 90^\circ$, данное утверждение тоже верно.

Напомнить, что согласно свойствам равнобедренных треугольников в треугольнике против равных углов лежат равные стороны и наоборот.

2. Устно выполнить упражнения:

1) В $\triangle ABC$ $\angle B < \angle C < \angle A$. Назовите в порядке возрастания стороны треугольника.

2) В $\triangle ABC$ $AB > AC > BC$. Назовите в порядке убывания углы треугольника.

3) В треугольнике ABC угол B тупой. Какая из сторон этого треугольника наибольшая? Почему?

4) Докажите, что против наименьшей стороны треугольника лежит острый угол.

II. Закрепление изученного материала

1. Решить упражнения из учебного пособия № 18, 19, 20.

2. В конце урока можно провести самостоятельную работу на 10–15 минут, после чего использовать задания С-6 и С-7 из дидактического материала по геометрии за IX класс.

Вариант I

1) Стороны треугольника равны 9 см, 12 см, 14 см. Какой угол, острый, прямой или тупой, лежит против стороны, равной 14 см?

2) Стороны параллелограмма равны 4 см и 5 см, а острый угол 52° . Найдите его диагональ, соединяющую вершины острых углов.

3) В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $\angle C = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Найдите сторону AC .

4) В треугольнике PQR $PQ = 7,5$ м, $QR = 9,4$ м, $PR = 11,3$ м. Какой угол треугольника наибольший, какой – наименьший?

Вариант II

1) Стороны треугольника равны 0,3 см, 0,4 см, 0,5 см, не вычисляя углы треугольника, определите его вид.

2) В треугольнике ABC $BC = 0,5$ см, $AB = 0,6$ см, $\angle B = 23^\circ 28'$. Найдите сторону AC этого треугольника.

3) В треугольнике $СДМ$ $СД = 10$ см, $\angle Д = 45^\circ$, $\angle М = 60^\circ$. Найдите сторону $СМ$.

4) Стороны треугольника равны 7 см и 9 см. Может ли угол, противолежащий стороне 7 см, быть тупым? Почему?

III. Задание на дом: § 12, в. 4, упр. 17, 22.

РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (5 часов)

Основная цель: познакомить учащихся с основными алгоритмами решения произвольных треугольников. Повторить методы решения прямоугольных треугольников. В процессе изучения данной темы дополнить знания учащихся о признаках равенства треугольников, о построении треугольника по трем элементам сведениями о методах вычисления всех элементов треугольника, если заданы три его определенных элемента. Обобщить представления учащихся о том, что любой треугольник может быть задан тремя независимыми элементами.

При изучении темы рассматриваются четыре типа задач на решение треугольников.

I. По данной стороне и двум углам.

II. По двум сторонам и углу между ними.

III. По двум сторонам и углу, противолежащему одной из них.

IV. По трем сторонам.

Для решения задач учащимся необходимо иметь таблицы В. М. Брадиса.

Урок № 1

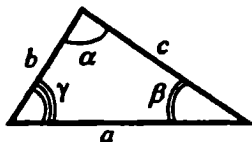
I. Изучение нового материала.

1. Вводная беседа по всем пунктам, указанным в основной цели к теме «Решение треугольников».

2. Изучить алгоритм решения задач I типа, с краткой записью условия и плана решения задач.

I Дано: a, β, α . II Дано: a, β, γ .

Найти: b, c, γ . Найти: b, c, α .



План решения

I.

$$a) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \Rightarrow b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha};$$

$$б) \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta);$$

$$в) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}.$$

II. а) $\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma)$, далее, как в случае I.

II. Закрепление изученного материала № 26 (1, 2, 4).

III. Задание на дом: упр. 26 (3, 5).

При решении задачи № 26 полезно обратить внимание учащихся на то, что любые два треугольника, построенные по этим данным, будут равны по второму признаку, т. е. решение единственное.

Урок № 2

I. Изучение нового материала.

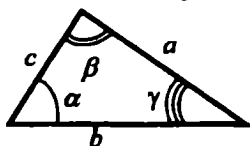
1. Рассмотреть алгоритм решения задач II типа.

1) Дать учащимся краткую запись условия:

Дано: a, b, γ .

Найти: c, α, β .

2) Предложить учащимся по этой записи с помощью рисунка дать словесную формулировку задачи.



3) Вместе с учащимися наметить план решения задачи. Чтобы направить поиск решения задачи по нужному руслу, целесообразно поставить следующие вопросы:

а) Как найти длину третьей стороны треугольника?

Ответ: С помощью теоремы косинусов.

б) Можно ли, пользуясь только теоремой косинусов, найти остальные элементы (два угла) треугольника?

Ответ: Можно.

4) Записать решение в общем виде:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma};$$

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2cb};$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}.$$

Угол β можно также найти из равенства $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

II. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи № 27 (2, 3, 6).

2. Обратить внимание учащихся на то, что иногда в задачах такого типа вычисления бывают очень громоздкими. Как упростить решение задачи? Как иначе можно найти углы α и β ?

Можно использовать теорему синусов:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a \sin \gamma}{c};$$

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b \sin \gamma}{c}.$$

Однако один и тот же синус имеют два угла – острый и тупой:
 $\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$, а задача должна иметь единственное решение.

Как же найти именно те углы, которые являются элементами искомого треугольника? Здесь помогут известные факты – в треугольнике:

1) против большей стороны лежит больший угол;

2) сумма углов равна 180° .

Рассмотрим возможные случаи:

1) Если сторона c наибольшая, то углы α и β острые.

2) Если сторона c не бóльшая, то сначала находим тот из углов, который лежит против меньшей стороны и, следовательно, является острым. Третий угол находится из равенства $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

III. Задание на дом: упр. № 27 (1, 4).

Урок № 3

I. Изучение нового материала.

1. Изучение алгоритма решения задач III типа (повышенной трудности) не следует рассматривать на уроке в общем виде с полным исследованием, достаточно дать схему решения и рассмотреть задачи с числовыми данными.

2. Схему решения задачи можно оформить в виде опорного конспекта с заранее подготовленными рисунками, из которых видно, когда получаются два решения, одно решение и в каком случае решения нет.

Общий вид решения задачи:

Дано: a, b, α .

Найти: c, β, γ .

$$1) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}.$$

$$2) \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

$$3) \frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \gamma}{c} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}.$$

1-й случай: $b > a$.

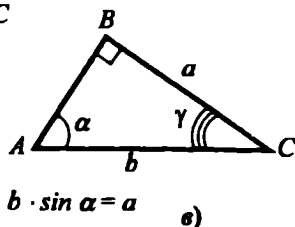
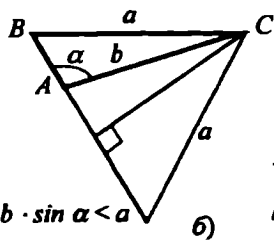
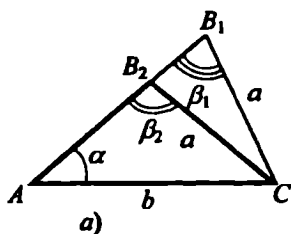


Рис. 1

1) Если $\frac{b \sin \alpha}{a} < 1$ ($b \sin \alpha < a$), то задача имеет два решения: суще-

ствуют два угла β_1 и β_2 (острый и тупой), синусы которых равны числу $(\beta_1 + \beta_2) = 180^\circ$.

$$\gamma_1 = 180^\circ - \alpha - \beta_1, c_1 = \frac{a \cdot \sin \gamma_1}{\sin \alpha}.$$

$$\gamma_2 = 180^\circ - \alpha - \beta_2, c_2 = \frac{a \cdot \sin \gamma_2}{\sin \alpha}.$$

2) Если $\frac{b \sin \alpha}{a} = 1$ ($b \sin \alpha = a$), то $\beta = 90^\circ$; решение единственное:

$$\gamma = 90^\circ - \alpha, c = b \cos \alpha.$$

3) Если $\frac{b \sin \alpha}{a} > 1$ ($b \sin \alpha > a$), то решения нет (рис. 1, а).

2-й случай: $b < a$.

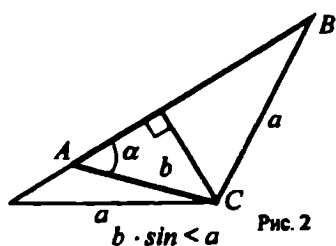


Рис. 2

Решение единственное – угол β может быть только острым.

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta, c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} \text{ (рис. 1, б, в; рис. 2).}$$

3-й случай: $b = a$.

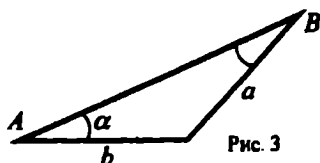


Рис. 3

При $\alpha < 90^\circ$ решение единственное: $\beta = \alpha$,

$$\gamma = 180^\circ - 2\alpha, c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}. \text{ (рис. 3).}$$

При $\alpha \geq 90^\circ$ решения нет, так как углы при основании равнобедренного треугольника могут быть только острыми.

II. Закрепление изученного материала.

1. № 28 (5) – два решения.
2. № 28 (1) – одно решение.
3. № 28 (4) – нет решения.

III. Задание на дом: упр. 28 (2, 3).

Урок № 4

I. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть решение задачи IV типа в общем виде.

Дано: a, b, c .

Найти: α, β, γ .

$$1) a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}.$$

$$2) b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}.$$

$$3) \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

Задачу этого типа можно решить иначе. С помощью теоремы косинусов найти наибольший угол. По теореме синусов найти любой другой угол (он обязательно будет острым). Третий найти из равенства $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

II. Закрепление изученного материала № 29 (1, 2, 3).

III. Задание на дом: упр. 29 (4, 6).

На пятом уроке решаются вперемешку задачи всех типов, идет подготовка к контрольной работе.

Дома: повторить весь материал § 12, решить задачи № 29 (5), 27 (5).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (1 час)

Цели: проверить знания, умение и навыки учащихся по усвоению и применению изученного материала.

1. Можно использовать тексты контрольных работ из дидактических материалов по геометрии IX классов (В. А. Гусев, А. И. Медяник).
2. Можно следующие варианты.

Вариант I

- 1) У треугольника две стороны равны 3 м и 6 м, а угол между ними равен 60° . Найдите третью сторону треугольника. Ответ: $3\sqrt{3}$.

2) В треугольнике ABC угол A равен 59° , а угол $C = 60^\circ$. Какая сторона треугольника наибольшая, а какая наименьшая?

Ответ: AC и BC соответственно.

3) В треугольнике даны сторона и два угла. Найдите третий угол и две остальные стороны, если $a = 4$, $\alpha = 23^\circ$, $\beta = 77^\circ$.

Ответ: $\gamma = 80^\circ$, $b \approx 9,97$, $c \approx 10,8$.

Вариант II

1) У треугольника две стороны равны 5 дм и 4 дм, а угол между ними равен 120° . Найдите третью сторону треугольника.

Ответ: $\sqrt{61}$ дм.

2) В треугольнике ABC угол B равен 70° , а угол $C = 65^\circ$. Какая сторона треугольника наибольшая, а какая наименьшая?

Ответ: AC и BC соответственно.

3) В треугольнике даны две стороны и угол, противолежащий одной из них. Найдите остальные два угла и сторону треугольника, если $a = 8$, $b = 7$, $\alpha = 39^\circ$.

Ответ: $\beta \approx 25^\circ 57'$, $\gamma \approx 124^\circ 3'$, $c \approx 13^\circ 28'$.

Вариант III

1) Стороны треугольника равны 3,3 см, 5,6 см, 6,5 см. Не вычисляя углы треугольника, определите его вид.

Ответ: Прямоугольный.

2) В треугольнике ABC $AC = 8$ дм, $BC = 11$ дм. Может ли $\sin \beta = 0,75$?

Ответ: Не может.

3) Докажите, что больше та из диагоналей параллелограмма, которая соединяет вершины его острых углов.

Вариант IV

1) Стороны треугольника равны 1,8 м, 1,5 м, 1 м. Не вычисляя углы треугольника, определите его вид.

Ответ: Остроугольный.

2) Две стороны треугольника равны 7 м и 6,5 м. Может ли угол, противолежащий стороне 6,5 м, быть прямым? Почему?

Ответ: Не может.

3) В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AB больший угол, чем со стороной AD . Докажите, что $BC > AB$.

3. А еще можно использовать тесты, например, на пятом уроке для обобщающего повторения всего материала § 12.

§ 13. МНОГОУГОЛЬНИКИ (15 часов)

Основная цель: расширить и систематизировать сведения о многоугольниках и окружностях.

ЛОМАНАЯ (1 час)

Цели: подготовить учащихся к введению понятия выпуклого многоугольника. Сформировать у учащихся умение изображать ломаную, назы-

вать по рисунку ее элементы. Выработать у учащихся понимание, что длина ломаной не меньше длины отрезка, соединяющего ее концы.

I. Изучение нового материала.

1. Ввести понятия:

- 1) «ломаная», «элементы ломаной» (вершины, звенья);
- 2) «простая ломаная» (введение понятий сопровождать соответствующими рисунками);
- 3) «длина ломаной».

2. Сформулировать и доказать теорему о длине ломаной.

3. Ввести понятие «замкнутая ломаная».

II. Закрепление изученного материала.

1. Устно решить задачи:

- 1) Найти длину ломаной $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, где A_1, A_2, A_3, A_4 – вершины квадрата со стороной 2 см, A_5 – точка пересечения его диагоналей, A_6 – середина стороны A_1A_4 .

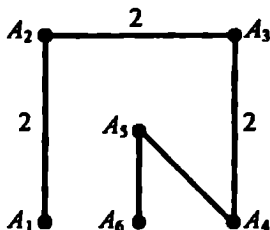


Рис. 1

- 2) Докажите, что длина ломаной $ABCD$ больше длины ломаной $AKHD$.

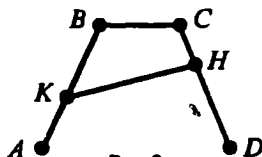


Рис. 2

- 3) У ломаной $ABCD$ $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 2$ см. Может ли длина отрезка AD быть равной:

а) 10 см; б) 7 см; в) 9 см?

- 4) Какая из трех ломаных $ABCDQH$ (I), $ABCEQH$ (II), $AKMH$ (III) имеет наименьшую длину, какая – наибольшую? Ответ обосновать.

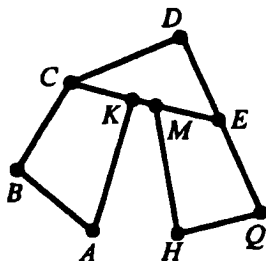


Рис. 3

Решить задачи № 3, 4.

III. Задание на дом: § 13, в. 1, 2, упр. 5, 6.

Цели: обобщить знания учащихся об уже известных понятиях треугольника, четырехугольника. Сформировать у учащихся умение чертить выпуклый многоугольник, строить его диагонали, внешние углы, доказывать теорему о сумме углов выпуклого многоугольника.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Фронтальный опрос по вопросам 1, 2 для повторения из учебного пособия.

2. Устная проверка решения домашних задач.

II. Изучение нового материала.

1. Ввести понятия «многоугольник» и «его элементы» (вершины, стороны, диагонали).

2. Ознакомить учащихся с понятием «плоский многоугольник».

3. Ввести понятие «выпуклый многоугольник».

4. Предложить учащимся назвать известные им выпуклые многоугольники (треугольник, трапеция, параллелограмм и его виды – прямоугольник, ромб, квадрат).

5. Обратить внимание учащихся, что все треугольники бывают только выпуклые, а вот четырехугольники бывают и выпуклыми, и невыпуклыми.

Устно решить задачи:

1) Сколько диагоналей можно провести из одной вершины n -угольника, если: $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$; n – произвольное натуральное число, большее 2?

2) Из одной вершины выпуклого n -угольника проводятся все его диагонали. Сколько при этом образуется треугольников, если: $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$; n – произвольное натуральное число, большее 2?

6. Сформулировать и доказать теорему о сумме углов выпуклого n -угольника.

7. Ознакомить учащихся с понятием «внешний угол выпуклого многоугольника».

III. Закрепление изученного материала.

1. *Устно решить задачи:*

1) Может ли пятиугольник иметь стороны длиной 3 см, 4 см, 6 см, 8 см, 25 см?

2) Вычислите сумму углов выпуклого: а) пятиугольника; б) десятиугольника.

2. Проверьте справедливость теоремы 13.2 для треугольника.

3. Решить задачи: № 8, 12 (1), 13 (1).

IV. Задание на дом: § 13, в. 3–7, упр. 10, 12 (2), 13 (2).

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ (1 час)

Цели: сформировать у учащихся понятия «правильный многоугольник», «многоугольник, вписанный в окружность», «многоугольник, описанный около окружности». Выработать у учащихся умение формулировать и доказывать теорему 13.3.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Провести фронтальный опрос учащихся по вопросам для повторения 1–7 из учебного пособия.

2. Устно решить задачи:

1)

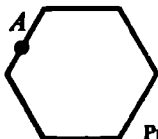


Рис. 1

Муха ползет по многоугольной «рамке» из точки A , поворачивая в каждой вершине вправо. Чему будет равна сумма углов ее поворотов, когда она снова попадет в вершину A ?

2) Сколько сторон имеет n -угольник, если сумма его внутренних углов равна: а) 1260° ; б) 1980° ?

3) Назовите выпуклый четырехугольник, у которого все внешние углы прямые.

4) Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его внутренних углов равна сумме внешних?

5) Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если все его внешние углы тупые?

II. Изучение нового материала.

1. Ознакомить учащихся с понятием «правильный многоугольник».

2. Задать учащимся вопросы:

1) Какие правильные многоугольники уже рассматривались в курсе геометрии?

2) Приведите примеры такого выпуклого многоугольника, у которого:

а) все стороны равны, но он не является правильным (ромб с острым углом);

б) все углы равны, но он не является правильным (прямоугольник с неравными сторонами, многоугольник, который получается из правильного путем отсечения его части прямой, параллельной одной из сторон).

3. Ознакомить учащихся с понятиями «многоугольник, вписанный в окружность», «многоугольник, описанный около окружности».

4. Сформулировать и доказать теорему 13.3.

5. Ввести понятие «центр правильного многоугольника» и «центральный угол многоугольника».

6. Предложить учащимся ответить на вопрос: при изучении планиметрии какие частные случаи введенных понятий уже встречались (треугольник, вписанный в окружность, и треугольник, описанный около окружности), где расположены центры таких окружностей?

Чтобы у учащихся не сложилось представление о существовании только правильных вписанных и описанных многоугольников, на рисунке должны быть приведены и правильные и неправильные многоугольники.

7. Обратить внимание учащихся на то, что из теоремы 13.3 вытекают правила нахождения для заданного правильного многоугольника общего центра описанной и вписанной окружностей, а также их радиусов.

1) Центром окружности, описанной около правильного многоугольника, является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам многоугольника (достаточно найти точку пересечения серединных перпендикуляров к двум соседним сторонам), а радиусом является отрезок биссектрисы угла многоугольника, соединяющий его вершину с центром.

2) Для нахождения центра и радиуса окружности, вписанной в многоугольник, достаточно построить биссектрисы двух соседних углов, найти точку O их пересечения и опустить из нее перпендикуляр на соответствующую сторону многоугольника (точка O будет центром вписанной окружности, а перпендикуляр ее радиусом).

III. Закрепление изученного материала.

1. Практическая работа.

1) Начертить правильный треугольник и построить две окружности: а) вписанную в него; б) описанную около него.

2) Начертить квадрат и построить две окружности: а) вписанную в него; б) описанную около него.

Практическую работу можно дать на два варианта и по мере выполнения можно успеть проверить работу у всех учащихся (с помощью циркуля). Отметки можно выставить или всем учащимся, или выборочно.

2. Решить задачи № 19, 27, 14.

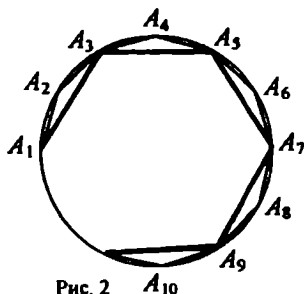


Рис. 2

№ 14

1) Пусть $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2n-1}, A_{2n}$ – вершины правильного A_{2n} -угольника, тогда $A_1, A_3, \dots, A_{2n-1}$ – вершины n -угольника.

2) Докажем, что все стороны n -угольника равны между собой и все углы его тоже равны между собой.

3) Рассмотрим треугольники вида $A_1A_2A_3$, $A_3A_4A_5$, $A_5A_6A_7$, ... Они равны по двум сторонам и углу между ними.

4) Из равенства треугольников следует, что: $A_1A_3 = A_3A_5 = A_5A_7 = \dots$ и $\angle A_2A_1A_3 = \angle A_2A_3A_5 = \angle A_4A_3A_5 = \angle A_3A_5A_7 = \dots$

5) Обозначим величину каждого из этих углов буквой β , а угол правильного 2 n -угольника буквой α , тогда любой внутренний угол n -угольника равен $\alpha - 2\beta$, то есть все внутренние его углы равны между собой.

IV. Задание на дом: § 13, в. 8, 9, упр. 28, 15.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИУСОВ ВПИСАННЫХ И ОПИСАННЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ (3 часа)

Цели: выработать у учащихся умение выводить формулы, связывающие радиус описанной окружности и радиус вписанной окружности со стороной a правильного n -угольника, на их основе научить учащихся получать формулы для вычисления a_n через R и r и конкретизировать их для случая $n = 3$, $n = 4$, $n = 6$ и выработать у учащихся навыки применения полученных знаний при решении задач.

Урок № 1

I. Изучение нового материала.

1. Формулы радиуса описанной окружности R и радиуса вписанной окружности (r), для правильного многоугольника выводятся в процессе решения следующей задачи:

Дано: n – число сторон правильного многоугольника.

a_n – сторона правильного многоугольника.

Найти: R и r .

Решение: искомые элементы определяются из $\triangle CBO$ (рис. 281 учебного пособия), у которого BO – биссектриса угла заданного правильного многоугольника, а $OC \perp AB$.

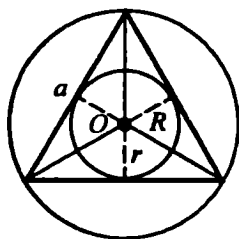
2. После вывода формул для правильного n -угольника рассмотреть их частные случаи для $n = 3$, $n = 4$, $n = 6$.

3. Предложить учащимся самостоятельно на основе уже выведенных зависимостей вывести формулы для a_n , выраженные через R и r .

4. Выведенные формулы оформить в виде таблицы – см. с. 36. (Для этого заранее предложить учащимся принести на урок картон, который используют на уроках труда в начальной школе.)

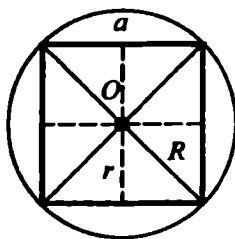
Число сторон	Выражение стороны правильного многоугольника через:	
	R	r
3	$a_3 = R\sqrt{3}$	$a_3 = 2r\sqrt{3}$
4	$a_4 = R\sqrt{2}$	$a_4 = 2r$
6	$a_6 = R$	$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$
n	$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$	$a_n = 2r \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$

Выведенные формулы проиллюстрировать рисунками, которые помогут учащимся уяснить геометрический смысл величин, входящих в формулы, а учителю организовать устное решение задач.



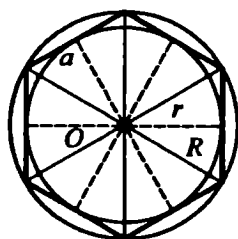
а) $a_3 = R\sqrt{3};$

$a_3 = r2\sqrt{3}.$



б) $a_4 = R\sqrt{2};$

$a_4 = 2r.$



в) $a_6 = R;$

$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}.$

II. Закрепление изученного материала.

1. Предложите учащимся упражнение на непосредственное применение выведенных формул.

- 1) В окружность радиуса $R = 12$ вписан правильный n -угольник. Определите его сторону и периметр, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$.
- 2) Около окружности радиуса $r = 6$ описан правильный n -угольник. Определите его сторону и периметр, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$.
- 3) Для правильного n -угольника со стороной $a = 6$ см найдите радиус описанной около него окружности, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$.
- 4) Правильный треугольник со стороной $a = \sqrt{6}$ см вписан в окружность. Найдите сторону вписанного в эту же окружность квадрата.
- 5) Правильный треугольник ABC вписан в окружность с центром O и радиусом 8 см. На стороне этого треугольника построен квадрат. Определите радиус окружности, описанной около квадрата.

Урок № 2

I. Решение задач.

1. № 22. Наибольший размер будет иметь сторона квадрата, вписанного в данную окружность.

Зная, что $R = 2$ см и $R = \frac{a_4 \sqrt{2}}{2}$, получим $a_4 = 2\sqrt{2}$ см.

2. № 26.

3. № 28.

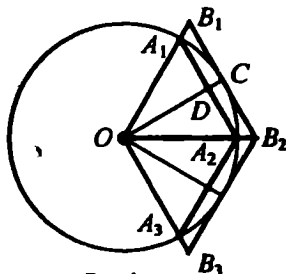


Рис. 1

1) Пусть $A_1A_2 \dots A_n$ – правильный n -угольник, вписанный в окружность радиуса R , а $B_1B_2 \dots B_n$ – правильный n -угольник, описанный около той же окружности, $A_1A_2 = a$. Выразим $B_1B_2 = b$ через a и R .

2) $\triangle OA_1D \sim \triangle OB_1C$;

$$\frac{OD}{OC} = \frac{A_1D_1}{B_1C} \Rightarrow B_1C = \frac{OC \cdot A_1D}{OD},$$

$$OD = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}, \quad OC = R,$$

3), $A_1D = \frac{a}{2}$, поэтому $B_1C = \frac{aR}{\sqrt{4R^2 - a^2}}$, $b = B_1B_2 = 2B_1C = \frac{2aR}{\sqrt{4R^2 - a^2}}$.

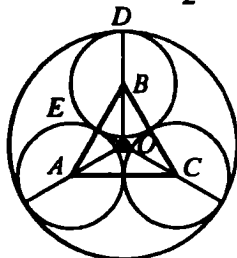


Рис. 2

4. № 40 (1, 3) – задача повышенной трудности. Сначала строится правильный n -угольник и окружности с центрами в его вершинах радиусом, равным половине его стороны.

1) $n = 3$, $OD = R$, $\triangle ABC$ равносторонний, $AB \perp OE$, $\angle EBO = 30^\circ$, $BE = r$,

$$OB = \frac{r}{\cos 30^\circ} = \frac{2r}{\sqrt{3}}, \quad BD = r,$$

$$R = BD + OB = r + \frac{2r}{\sqrt{3}} = r \left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow r = \frac{R\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}.$$

2) $n = 6$, $OD = R$, $BD = r$, $CB = r$, $OC \perp AB$, $\angle COB = 30^\circ$, $OB = 2r$,

$$OD = OB + BD, \quad R = 3r \Rightarrow r = \frac{R}{3}.$$

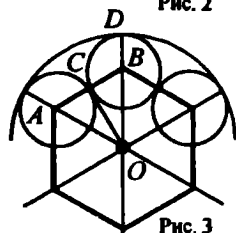


Рис. 3

5. В конце урока проведите самостоятельную работу.

I вариант

- 1) Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если его внешний угол равен 20° ?
- 2) Правильный треугольник вписан в окружность радиуса 5 см. Определите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

II вариант

- 1) Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если его внутренний угол равен 140° ?
- 2) Правильный шестиугольник вписан в окружность радиуса 4 см. Определите радиус окружности, вписанной в этот шестиугольник.

II. Задание на дом: № 29, 30, 40 (2).

Урок № 3

I. Решение задач.

1. Докажите, что середины сторон правильного треугольника являются вершинами правильного треугольника (см. решение задач № 14, 15 из учебного пособия).

2. Определите градусную меру угла A_2BA_3 , образованного продолжением двух несмежных сторон A_2A_3 и A_3A_1 правильного пятиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5$. Ответ: 36° .

3. Устно по чертежу. Сколько осей симметрии имеет правильный: а) треугольник; б) четырехугольник; в) шестиугольник; г) семиугольник; д) восьмиугольник; е) n -угольник?

4. № 22. Сечение конца винта имеет наибольший размер, если оно представляет собой правильный треугольник, вписанный в окружность заданного радиуса $R = \frac{a_3}{\sqrt{3}} \Rightarrow a_3 = \sqrt{3} \text{ см.}$

5. № 41 (1, 3).

6. № 8.

7. Провести самостоятельную работу.

Вариант I

Правильный шестиугольник вписан в окружность радиуса R . Выразите через R : а) сторону этого шестиугольника; б) радиус окружности, вписанной в этот шестиугольник; в) наибольшую диагональ; г) наименьшую диагональ.

Вариант II

Правильный треугольник вписан в окружность радиуса R . Выразите через R : а) высоту этого треугольника; б) радиус окружности, вписанной в этот треугольник; в) сторону этого треугольника.

Дополнительные задания

1. Какие прямые являются осями симметрии правильных n -угольников при четном n ? Сколько их?
2. Какие прямые являются осями симметрии правильных n -угольников при нечетном n ? Сколько их?

Задание на дом: § 13, в. 1–11, упр. 41 (2).

ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ (1 час)

Цели: выработать у учащихся умение строить некоторые правильные многоугольники.

При изучении данного материала можно предложить учащимся:

- 1) выполнить работу самостоятельно по учебному пособию;
- 2) можно дать опережающие задания учащимся, по выбору подготовить дома (по одному многоугольнику), чтобы потом они могли представить проделанную работу всему классу на подготовленных дома плакатах, которые потом можно будет использовать как наглядный материал (учителю необходимо предварительно проконсультировать учащихся, а затем проверить их работу);
- 3) можно объяснение провести традиционно, учителем.

Домашнее задание: предложите учащимся дома выполнить аналогичное задание на чертежных листах. Учитель может указать количество сторон правильного многоугольника. Лучшие работы пойдут в методическую копилку.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (1 час)

Вариант I

- 1) Радиус окружности, вписанной в квадрат, равен 5 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата. Ответ: $5\sqrt{2}$ см
- 2) Постройте правильный восьмиугольник, вписанный в данную окружность. Обоснуйте построение.

Вариант II

- 1) Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 18 дм. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник. Ответ: 9 дм.
- 2) Постройте описанный около данной окружности правильный шестиугольник. Обоснуйте построение.

Вариант III

- 1) Радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник, равен 6 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого шестиугольника. Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

2) Постройте правильный восьмиугольник, описанный около данной окружности. Обоснуйте построение.

Вариант IV

1) Радиус окружности, описанной около правильного восьмиугольника, равен 2 дм. Найдите радиус окружности, вписанной в этот восьмиугольник.

Ответ: $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ дм.

2) Постройте правильный четырехугольник, описанный около данной окружности. Обоснуйте построение.

При вычислении радиуса окружности, вписанной в правильный многоугольник или описанной около него (первые задания контрольной работы), можно воспользоваться формулами из пункта 116. Также они вычисляются непосредственно — один через другой. Для этого нужно рассмотреть прямоугольный треугольник, гипотенузой которого является радиус описанной окружности, а катетами — радиус вписанной окружности и половина стороны данного правильного многоугольника.

При обосновании вторых заданий нужно доказать, что у построенного многоугольника равны все стороны и равны все углы (по определению правильного многоугольника).

ПОДОБИЕ ПРАВИЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (3 часа)

Цели: сформировать у учащихся понимание того, что правильные выпуклые многоугольники равны, что периметры правильных n -угольников относятся как радиусы описанных (вписанных) окружностей, что отношение длины окружности к ее диаметру одно и то же для всех окружностей.

Выработать у учащихся умение выводить формулу длины окружности и применять ее при решении задач.

Урок № 1

I. Анализ результатов контрольной работы.

1. Проанализировать характерные ошибки, допущенные в контрольной работе.

2. Выполнить работу над ошибками.

II. Изучение нового материала.

1. Доказательство утверждения «правильные выпуклые n -угольники подобны» следует провести с опорой на рис. 287 учебника. (Перед изучением нового материала с учащимися необходимо вспомнить § 9, 11:

1) Какое преобразование фигуры называется движением?

2) Какими свойствами обладает движение?

3) Что такое преобразование подобия?

4) Что такое гомотетия?

5) Какие фигуры называются подобными?)

2. Особое внимание учащихся обратить на главный результат пункта, полученный как следствие теоремы 13.4: «Периметры правильных n -угольников относятся как радиусы описанных окружностей».

III. Закрепление изученного материала.

1. Сторона одного квадрата в три раза больше стороны другого квадрата. Как относятся радиусы окружностей описанных около них и вписанных в них? Ответ объясните.

Ответ: 3:1.

2. Дан равносторонний треугольник. Как относятся радиусы окружностей, вписанных в данный треугольник и треугольник, вершинами которого являются середины сторон данного равностороннего треугольника?

Ответ: 2:1.

3. Дан квадрат. Докажите, что середины его сторон являются вершинами другого квадрата. Как относятся радиусы окружностей, вписанных в эти квадраты и описанных около них?

4. № 32.

IV. Задание на дом: § 13, в. 13, упр. 33, 36.

Урок № 2

I. Изучение нового материала.

1. Для формирования наглядного представления о длине окружности предложить учащимся рассмотреть распрямленную нить, сложенную до этого в виде окружности.

2. Подвести учащихся к пониманию того факта, что на практике прямое измерение длины окружности не всегда возможно, а часто просто невозможно, то необходимо вывести формулу, позволяющую найти длину любой окружности.

3. Выяснить, какие измерения элементов в окружности достаточно выполнить?

4. Для формирования понимания учащимися, что длина окружности очень мало отличается от периметра вписанного правильного многоугольника с большим числом сторон, важно представить классу четко выполненный чертеж, на котором в окружности равного радиуса вписаны правильные n -угольники при $n = 3; 4; 6; 12; 24$.

5. Сформулировать и доказать теорему 13.5, кратко записав ее условие и заключение.

Дано: R_1 и R_2 – радиусы произвольных окружностей.

l_1 и l_2 – длины этих окружностей.

Доказать:
$$\frac{l_1}{2R_1} = \frac{l_2}{2R_2}.$$

6. Ввести понятие и обозначение этого отношения $\left(\pi = \frac{l}{2R}\right)$ и его приближенное значение.

7. Вывести формулу длины окружности и сообщить исторические сведения по этой формуле.

8. Дать запись этой формулы через диаметр.

II. Закрепление изученного материала.

1. Как изменится длина окружности, если радиус увеличить на: 1) 3 см; 2) 20 м; 3) a м?

2. Найти отношение периметра правильного вписанного 24-угольника к диаметру описанной окружности радиуса 2 и сравнить его с приближенным значением π .

3. С вала сняли слой стружки толщиной 0,5 см. Определите длину окружности вала до обработки, если длина окружности вала после обработки стала равной 28, 25 см.

4. № 38.

III. Задание на дом: § 13, в. 14, упр. 37, 39.

Урок № 3

I. Решение задач.

1. Повторить теоретический материал пунктов 118 и 119.

2. Решить задачи:

1) Вычислите длину окружности, если радиус ее равен: а) 12,5 см; б) 6 дм. Ответ: $\approx 78,5$ см; $\approx 37,7$ дм.

2) Вычислите радиус окружности, длина которой равна: а) 78,5 см; б) 12,56 дм. Ответ: $\approx 12,5$ см; ≈ 2 дм.

3) Чтобы найти толщину дерева (диаметр), можно измерить его обхват (длину окружности). Вычислите толщину дерева, обхват которого равен: а) 2 м; б) 1,5 м. Ответ: ≈ 64 см; ≈ 48 см.

4) Сторона квадрата равна 4 см. Вычислите длину окружности: а) вписанной в него; б) описанной около него.

Ответ: $\approx 12,6$ см; $\approx 17,8$ см.

5) Постройте окружность, длина которой равна: а) 12 см; б) 18 см (построение приближенно).

6) Каким должен быть радиус окружности, чтобы ее длина была равна сумме длин двух окружностей с радиусами 11 и 47 см?

Ответ: 58 см.

II. Задание на дом:

1. § 13, в. 13, 14, упр. 42.

2. Задача: сторона равностороннего треугольника равна 3 см. Вычислите длину окружности: 1) вписанной в этот треугольник; 2) описанной около него.

Ответ: $\approx 5,4$ см; $\approx 10,9$ см.

РАДИАННАЯ МЕРА УГЛОВ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (3 часа)

Цели: сформировать понимание учащимися, что такое центральный угол, что такое градусная мера дуги окружности, что такое радианная мера угла, какой центральный угол является углом в один радиан, что радианная мера угла в 180° равна π радианам. Выработать у учащихся умение составлять пропорцию, связывающую градусную меру центрального угла и длину соответствующей дуги окружности; выводить из нее формулу длины дуги окружности; составлять пропорцию, связывающую градусную и радианную меры угла; использовать ее для перевода градусной меры угла в радианную и наоборот и при решении задач.

Урок № 1

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Повторить с учащимися понятия:

- 1) Что такое плоский угол?
- 2) Что такое градусная мера плоского угла?
- 3) Чему равна градусная мера двух дополнительных плоских углов?

Ответ: 360°

- 4) Какой угол называется центральным углом?
- 5) Какой дуге окружности соответствует данный центральный угол (показать на рисунке)?
- 6) Что называют градусной мерой дуги окружности?

2. Устно решить задачи:

- 1) Чему равна градусная мера дуги окружности, если соответствующий центральный угол равен: а) 45° ; б) 130° ; в) 350° ?

Ответ: 45° , 130° , 350° .

- 2) Окружность разделена на две дуги, причем градусная мера одной из них в 3 раза больше градусной меры другой. Сколько градусов содержат соответствующие центральные углы? Ответ: 90° , 270° .

II. Изучение нового материала.

1. Пояснить учащимся, что в основе вывода формулы длины дуги окружности лежит факт, что развернутому углу соответствует длина полуокружности.

2. Заполнить с учащимися таблицу:

Градусная мера центрального угла	Длина дуги окружности, соответствующей углу
180°	πR
1°	$\frac{\pi R}{180^\circ}$
n°	$\frac{\pi R}{180^\circ} n$

3. Так как градусной мерой дуги окружности является градусная мера соответствующего центрального угла, то длина дуги окружности, соответствующей центральному углу в n° , вычисляется по формуле:

$$l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot n$$

4. Обратить внимание учащихся на то, что эта формула получена из пропорции $\frac{180^\circ}{n} = \frac{\pi R}{l}$, которая составлена на основе следующих соотношений: $180^\circ - \pi R$,
 $n^\circ - l$.

III. Закрепление изученного материала.

1. Найдите длину дуги окружности $R = 6$ см, если она соответствует центральному углу, равному 1) 20° ; 2) 100° ; 3) 240° .

2. В окружности радиуса R определите градусную меру центрального угла, соответствующего дуге длиной: 1) 1 см; 2) 5 см.

3. Длина дуги окружности 2 см. Чему равен радиус окружности, если центральный угол, соответствующий дуге, равен: 1) 120° ; 2) 90° ; 3) 60° ; 4) 30° ?

4. № 43 (1), 44 (1–3), 46 (1, 6).

IV. Задание на дом: § 13, в. 15, 16, упр. 43 (2, 3), 44 (2, 3), 45.

Урок № 2

I. Изучение нового материала.

1. Дать определение новой меры углов, называемой радианной.

2. Предложить учащимся найти радианную меру углов 180° и в 90° .

При выполнении этого задания учащиеся должны, разделив длины

соответствующих дуг на $R \left(\frac{\pi R}{R} = \pi \text{ и } \frac{\pi R}{2R} = \frac{\pi}{2} \right)$, сделать вывод, что радианная мера угла в 180° равна π , а угла в 90° равна $\frac{\pi}{2}$.

3. Обсудить с учащимися и записать соотношения между градусной (n) и радианной (α) мерами угла:

$$\left. \begin{array}{l} 180^\circ - \pi \text{ рад} \\ n^\circ - \alpha \text{ рад} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{180}{n} = \frac{\pi}{\alpha},$$

$$\left. \begin{array}{l} 180^\circ - \pi \text{ рад} \\ n^\circ - \alpha \text{ рад} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{180} \cdot n \text{ и } n = \frac{180 \cdot \alpha}{\pi}.$$

4. Пояснить учащимся, что при радианном измерении углов за единицу измерения принимается центральный угол, соответствующий дуге, длина

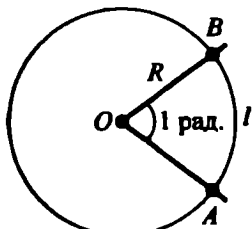


Рис. 1

которой равна длине радиуса, и что такой угол называется углом в один радиан (рис. 1):

$$l = R; \angle AOB = 1 \text{ рад.} \approx 57^\circ.$$

Сообщить учащимся, что градусная мера угла в один радиан получена из пропорции:

$$\frac{180^\circ}{n} = \frac{\pi}{1} \Rightarrow n = \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) \approx 57^\circ.$$

5. Пояснить учащимся, что при измерении в радианах указание единицы измерения опускают и пишут, например, не «угол π радиан», а «угол π », не «угол $\frac{\pi}{3}$ радиан», а «угол $\frac{\pi}{3}$ ».

II. Закрепление изученного материала.

1. Заполните таблицу: сначала нижней строку, потом верхнюю.

Градусная мера угла	30°		60°		120°		240°	
Рadianная мера угла		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{9}$		π		$\frac{3}{2}\pi$

2. Найдите градусную меру угла, если его радианная мера равна: 1) 1;

2) 0,1; 3) 3; 4) $\frac{\pi}{10}$; 5) $\frac{\pi}{4}$; 6) $\frac{2}{3}\pi$.

3. Устно. Чему равны градусная и радианная меры дуги, равной:

- 1) половине окружности;
- 2) третьей части окружности;
- 3) четвертой части окружности;
- 4) шестой части окружности;
- 5) восьмой части окружности.



Рис. 2

4. Из вершин квадрата (рис. 2) со стороной 4 см проведены дуги окружностей радиуса 2 см. Определите длину границы заштрихованной фигуры.

Ответ: $4\pi \approx 12,6$ см.

5. № 47 (1), 48 (3), 49 (1).

III. Задание на дом: § 13, в. 17, 18, упр. 47 (2, 3), 48 (1, 2), 49 (2, 3).

Урок № 3

I. Решение задач.

1. Самостоятельная работа (15 мин.).

Вариант I

- 1) Найдите длину дуги окружности радиуса 9 см, если градусная мера дуги равна 120° .
- 2) Длина дуги окружности равна 3π , а ее радиус равен 8. Найдите градусную меру этой дуги.
- 3) Определите длину наибольшей из трех дуг окружности радиуса $R = 1$ см, если соответствующие им центральные углы пропорциональны числам 1, 2, 6.

Вариант II

- 1) Найдите длину дуги окружности радиуса 6 дм, если ее градусная мера равна 60° .
- 2) Длина дуги окружности равна 6π , а ее градусная мера равна 120° . Найдите радиус окружности.
- 3) Определите длину наименьшей из двух дуг окружности радиуса $R = 3$ см, если один из соответствующих им центральных углов вдвое больше другого.

II. В ходе решения задач повторить весь материал по теме «Многоугольники» и подготовиться к контрольной работе № 5.

1. № 25.

2. Повторить решение задач № 40, 42. Дополнительные задачи (часть из них можно решить в классе, а другую задать на дом):

- 1) Найдите углы выпуклого четырехугольника, если их градусные меры пропорциональны числам 2, 3, 4, 6.
- 2) Чему равен внутренний угол правильного n -угольника, если:
а) $n = 5$; б) $n = 6$; в) $n = 8$?
- 3) Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если его внешний угол равен 40° ?
- 4) Представьте себе, что земной шар («идеальный» шар) обтянут по экватору жестким обручем и таким же образом обтянут мяч. Если длину каждого обруча удлинить на 1 м, то обручи отстанут равномерно от поверхности тел на некоторое расстояние. В каком случае это расстояние будет больше: у земного шара или у мяча? (Обозначим радиус Земли через r_1 , а радиус мяча через r_2 . Задача сводится к отысканию радиусов новых окружностей. Обозначим их соответственно через R_1 и R_2 . Тогда $2\pi r_1 + 1 = 2\pi R_1$ и $2\pi r_2 + 1 = 2\pi R_2$, откуда:

$$R_1 = r_1 + \frac{1}{2\pi} \text{ и } R_2 = r_2 + \frac{1}{2\pi}, \text{ то есть расстояния обручей от поверх-}$$

ностей будут одинаковыми, равными $\frac{1}{2}\pi = 0,16$ м).

5) Глубина резания при обработке вала 1 см, длина окружности вала перед обработкой 64,5 см. Определите длину окружности вала после обработки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 (1 час)

Цели: проверить знания, умение и навыки учащихся по теме «Многоугольники».

Вариант I

1) Могут ли стороны четырехугольника быть равными 4,3 см; 9,1 см; 2,9 см и 1,8 см? Ответ объясните. Ответ: Не могут.

2) Сторона правильного восьмиугольника равна d . Найдите его наибольшую диагональ.

Ответ: $d\sqrt{4+2\sqrt{2}}$.

3) Длина дуги окружности, соответствующая центральному углу в 250° , равна 20 см. Чему равен радиус окружности?

Ответ: $\frac{72}{5\pi}$ см.

Вариант II

1) Периметр шестиугольника равен 13 дм. Может ли одна из его диагоналей быть равной 7 дм? Ответ объясните. Ответ: Не может.

2) Сторона правильного шестиугольника равна a . Найдите его диагонали.

Ответ: $a\sqrt{3}$; $2a$.

3) Радиус окружности равен 2 дм. Чему равна дуга этой окружности, соответствующая центральному углу в 72° ?

Ответ: $\frac{4\pi}{5}$ дм.

Вариант III

1) Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами 3 дм и 4 дм.

Ответ: $\approx 15,7$ дм.

2) Сторона правильного восьмиугольника $ABCDEFQH$ равна c . Найдите его диагональ AD .

Ответ: $c(1+\sqrt{2})$.

3) Радиус окружности равен 6 дм. Чему равна длина дуги этой окружности, соответствующей центральному углу в 40° ?

Ответ: $\frac{4\pi}{3}$ дм.

Вариант IV

1) Найдите длину окружности, описанной около прямоугольника, со сторонами 5 м и 12 м.

Ответ: $\approx 40,82$ м.

2) Найдите сторону правильного двенадцатиугольника, если его наименьшая диагональ равна d .

Ответ: $\frac{d}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

3) Дуга окружности, соответствующая центральному углу в 240° , равна 4 м. Чему равен радиус этой окружности?

Ответ: $\frac{3}{\pi}$ м.

§ 14. ПЛОЩАДИ ФИГУР (12 часов)

Основная цель: сформировать у учащихся общее представление о площади и умение вычислять площади фигур.

Понятие площади и ее основные свойства изучаются с опорой на наглядные представления учащихся и их жизненный опыт. В теме доказываться справедливость формулы для вычисления площади прямоугольника, на основе которой выводятся площади других плоских фигур.

Вычисление площадей многоугольников и круга является составной частью решения задач на многогранники и тела вращения в курсе стереометрии. Поэтому при изучении данной темы основное внимание уделить формированию практических навыков вычисления площадей плоских фигур в ходе решения соответствующих задач.

ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА (2 часа)

Цели: сформировать у учащихся знания свойств площади простой фигуры, формулу площади прямоугольника. Выработать у учащихся умение выводить формулу площади прямоугольника для случая, когда длины сторон – рациональные числа, и применять полученные знания в решении задач.

Урок № 1

I. Анализ результатов контрольной работы.

1. Анализ ошибок, допущенных в контрольной работе.
2. Работа над ошибками.

II. Изучение нового материала.

1. Вспомнить с учащимися, что уже встречались с понятием «площадь»; повторить формулы для вычисления площадей некоторых фигур (прямоугольника, треугольника, круга).
2. Сообщить, что теперь число фигур, площади которых они смогут вычислить, увеличится и справедливость формулы будет доказана.
3. Привести ряд примеров, связанных с практической необходимостью измерения площадей:
 - 1) Площадь поверхности стен, пола – для расчета количества краски, обоев, кафеля.
 - 2) Площадь поверхности дорог – для расчета количества асфальта и так далее.
4. Дать определение простой фигуры.
5. Ввести определение площади для простых фигур.
6. Изучить свойства площадей простых фигур.
7. Вывести формулу для вычисления площади прямоугольника, напомним предварительно учащимся, как она выводилась в V классе.

III. Закрепление изученного материала.

1. *Устно.* Докажите, что диагональ параллелограмма разбивает его на два треугольника равной площади.

2. Земельный участок имеет площадь $2\,700\,000\text{ м}^2$. Чему равна площадь этого участка, если за единицу измерения принять: 1) квадратный километр; 2) гектар; 3) ар?

3. Стороны двух квадратов равны 8 см и 16 см. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна сумме площадей данных квадратов.

4. *Устно.* Как изменится площадь квадрата со стороной, равной 10 см, если каждую его сторону уменьшить: 1) в 2 раза; 2) в 5 раз; 3) в n раз?

IV. Задание на дом:

1. § 14, в. 1, 2, упр. 1, 2.

2. Выполнить практическую работу. Вырезать из бумаги два равных прямоугольных треугольника и составить из них:

1) равнобедренный треугольник;

2) прямоугольник;

3) параллелограмм, не являющийся прямоугольником.

Объясните, почему площади всех полученных фигур равны?

Повторить определения и свойства параллелограмма, прямоугольника, ромба.

Урок № 2

I. Проверка усвоения изученного материала.

1. Провести фронтальный опрос по материалу предыдущего урока.

2. Проверить выполнение практической работы.

3. *Устно.* Определить площадь квадрата, если его диагональ равна 6 см.

4. Выяснить с учащимися, можно ли применять формулу для нахождения площади прямоугольника, полученную на предыдущем уроке, когда длины его сторон выражаются конечными десятичными дробями.

II. Закрепление изученного материала.

1. Сторона квадрата 6 см. Во сколько раз следует уменьшить его стороны, чтобы площадь уменьшилась: 1) в 4 раза; 2) в 9 раз?

2. Определите стороны прямоугольника, если его периметр 108 см, а площадь 200 см^2 .

3. Определите периметр прямоугольника, если его диагональ равна $2\sqrt{10}$ см, а площадь 12 см^2 .

4. Основание прямоугольника в два раза больше его высоты. Покажите на рисунке: 1) как разрезать этот прямоугольник на две части так, чтобы из них можно было составить прямоугольный треугольник; 2) как разрезать

его на две части так, чтобы из них можно было составить равнобедренный треугольник; 3) как разрезать его на три части так, чтобы из них можно было составить квадрат.

5. Длина комнаты 5,4 м, а ширина 4,2 м. В комнате два окна шириной 1,2 м и высотой 1,6 м. Освещенность комнаты считается нормальной, если площадь (световая площадь) окон составляет 20% от площади пола. Нормально ли освещение комнаты?

Ответ: Нет.

6. № 7, 8 из учебного пособия.

III. Задание на дом: 1. § 14, в. 1, 2, повторить определение трапеции и ее свойства, упр. 3, 4, 6.

2. Практическая работа: произведите необходимые измерения и вычислите световую площадь своей комнаты. Вычислите отношение световой площади к площади пола и выразите его в процентах.

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА (1 час)

Цели: выработать у учащихся умение выводить формулу для вычисления площади параллелограмма и применять ее при решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Повторить основные свойства площадей.
2. Вспомнить признаки равенства прямоугольных треугольников.

3. Устно решить задачи:

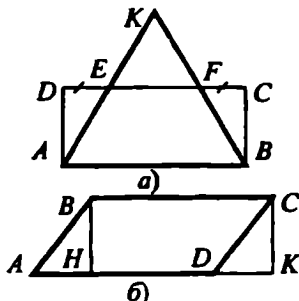


Рис. 1

1) $ABCD$ – прямоугольник, $DE = CF = \frac{1}{2} EF$. Докажите, что площадь треугольника KEF в два раза больше площади треугольника BCF .

2) Отрезки BH и CK – высоты параллелограмма $ABCD$. Найдите площадь этого параллелограмма, если $AB = 6$ см; $BC = 8$ см; $\angle BAH = 30^\circ$.

4. Вывести формулу для вычисления площади параллелограмма.

II. Закрепление изученного материала.

1. Постройте параллелограмм, произведите необходимые измерения и вычислите его площадь.

2. Стороны параллелограмма равны 4,2 см и 5,6 см. Высота, проведенная к большей стороне, равна 3,3 см. Вычислите вторую высоту этого параллелограмма.

Ответ: 4,4 см.

3. Площадь параллелограмма равна 24 см^2 . Точка пересечения его диагоналей удалена от прямых, на которых лежат стороны, на 2 см и 3 см. Вычислите периметр этого параллелограмма.

Ответ: 20 см.

4. Выведите формулу:

1) выражающую площадь ромба (S) через его диагонали m и n .

$$\text{Ответ: } S = \frac{mn}{2}.$$

2) для вычисления площади квадрата (S) по его диагонали c .

5. Вычислите диагонали ромба, если известно, что их длины пропорциональны числам 2 и 3, а площадь ромба равна 12 см^2 .

Ответ: 4 см и 6 см.

6. Провести самостоятельную проверочную работу.

Вариант I

Стороны параллелограмма равны 10 см и 6 см, а угол между этими сторонами равен 150° . Найдите площадь этого параллелограмма.

Вариант II

Острый угол параллелограмма равен 30° , а высоты, проведенные из вершины тупого угла, равны 4 см и 3 см. Найдите площадь этого параллелограмма.

III. Задание на дом: § 14, в. 3, упр. 10, 11, 12.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (1 час)

Цели: выработать у учащихся умение выводить формулы для вычисления площади треугольника через основание и высоту этого треугольника, через две стороны треугольника и синус угла между ними, формулу для вычисления площади прямоугольного треугольника и умение использовать полученные знания при решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Вспомнить с учащимися формулу для вычисления площади треугольника через его основание и высоту, известную из VI класса.

2. Повторить правило выражения катета прямоугольного треугольника через гипотенузу и синус острого угла, а также формулу:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha.$$

3. Решить задачу: смежные стороны параллелограмма $ABCD$, равные 8 см и 12 см, образуют угол в 30° . Найдите площади треугольников ABC и ABD .

При решении этой задачи повторяются основные свойства площадей, формула площади параллелограмма, акцентируется внимание на том, что диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.

4. Доказательство теоремы о площади треугольника и следствий из нее можно предложить учащимся провести самостоятельно (по учебнику или без него).

Два человека по желанию могут выполнить эту работу у доски, для последующего контроля.

5. Для закрепления формул *устно* решить задачи:

1) Найдите площадь треугольника, если одна из его сторон 5 см, а высота, проведенная к этой стороне, равна 2 см.

2) Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами 8 см и 3 см.

3) Найдите площадь треугольника со сторонами a и b и углом между ними α , причем:

а) $a = 4$ см, $b = 6$ см, $\angle \alpha = 30^\circ$;

б) $a = 12$ м, $b = 5$ м, $\angle \alpha = 60^\circ$.

II. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи № 17, 18, 20, 21, 23.

2. Провести самостоятельную работу обучающего характера.

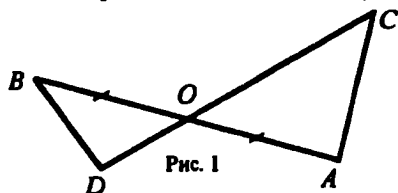


Рис. 1

Вариант I

Дано: $AO = OB$, $OC = 2OD$,

$S_{AOC} = 12 \text{ см}^2$.

Найдите: $S_{\text{ввод}}$.

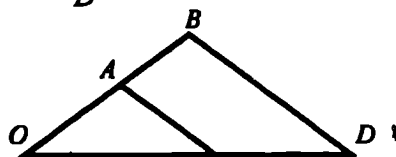


Рис. 2

Вариант II

Дано: $OB = OC$, $OD = 3OA$,

$S_{AOC} = 16 \text{ см}^2$.

Найдите: $S_{\text{ввод}}$.

III. Задание на дом: § 14, в. 4, 5, упр. 15, 19, 22.

ФОРМУЛА ГЕРОНА ДЛЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (1 час)

Цели: выработать у учащихся понимание формулы Герона и умение применять ее при решении задач (воспроизведение вывода формулы от учащихся можно не требовать).

I. Изучение нового материала.

1. Повторить основное тригонометрическое тождество, теорему косинусов.

2. Вывести формулу Герона. Учитель выводит формулу сам.

3. *Устно*. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 15, 13, 4.

Ответ: 24.

II. Закрепление изученного материала.

Решить задачи № 30 (3, 5, 6), 31, 32 (2), 33, 35, 36.

III. Задание на дом: I. § 14, в. 1–6, упр. 30 (1, 2), 32 (1), 34.

2. Разобрать вывод формулы площади трапеции по учебнику (самостоятельно).

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ (1 час)

Цели: выработать у учащихся знание формулы для нахождения площади трапеции и ее вывод и умение применять полученную формулу при решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Предложить по желанию ученику вывести формулу, изученную дома.

2. Для закрепления формулы площади трапеции решить *устно* задачу. Найдите площадь трапеции с основанием a и b и высотой h , если:

1) $a = 9$ см, $b = 7$ см, $h = 4$ см;

2) $a = 15$ см, $b = 5$ см, $h = 11$ см.

II. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи № 38, 40.

2. Провести обучающую самостоятельную работу.

Вариант I

Высота и основания трапеции относятся как $5 : 6 : 4$. Найдите меньшее основание трапеции, если ее площадь равна 88 см^2 .

Вариант II

Высота трапеции равна меньшему основанию и в два раза меньше большего основания. Найдите высоту трапеции, если ее площадь равна 54 см^2 .

Вариант III (для более подготовленных учащихся)

Основания равнобокой трапеции 12 см и 16 см, а ее диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.

III. Задание на дом: § 14, в. 1–6, упр. 37, 39.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (1 час)

Цели: проверить знания, умения и навыки учащихся по теме «Площади простых фигур».

Вариант I

1) Найдите площадь равнобедренного треугольника, у которого основание равно 22 см, а боковая сторона – 61 см. Ответ: 660 см^2 .

2) В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 8 см, а угол при основании равен 15° . Найдите площадь этого треугольника. Ответ: 16 см^2 .

3) Найдите площадь треугольника со сторонами 4 см, 13 см и 15 см. Ответ: 24 см^2 .

Вариант II

1) Найдите площадь равнобедренного треугольника, у которого основание равно 18 дм, а боковая сторона – 41 дм. Ответ: 360 дм^2 .

2) В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 6 дм, а угол при основании равен 75° . Найдите площадь этого треугольника. Ответ: 9 дм^2 .

3) Найдите площадь треугольника со сторонами 8 дм, 29 дм и 35 дм. Ответ: 84 м^2 .

Вариант III

1) В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1 , пересекающиеся в точке O . Докажите, что треугольники AOB_1 и BOA_1 имеют равные площади.

2) Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей для треугольника со сторонами 17 см, 65 см и 80 см.

$$\text{Ответ: } R = 76\frac{58}{72} \text{ см, } r = 3\frac{5}{9} \text{ см.}$$

Вариант IV

1) В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC проведены диагонали, которые пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOB и DCO имеют равные площади.

2) Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей для треугольника со сторонами 25 дм, 29 дм и 36 дм.

$$\text{Ответ: } R = 18\frac{1}{8} \text{ дм, } r = 8 \text{ дм.}$$

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИУСОВ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКА (1 час)

Цели: выработать у учащихся умение выводить формулы, связывающие радиусы окружностей, описанной около треугольника и вписанной в треугольник, с его сторонами и площадью и использовать полученные формулы при решении задач.

I. Изучение нового материала.

1. Повторить формулы, связывающие радиусы окружностей, описанной около треугольника и вписанной в треугольник, с его стороной.

$$R = \frac{a}{2\sin\alpha}, \quad r = \frac{a}{2\operatorname{tg}\alpha}, \quad \text{где } \alpha - \text{угол, противолежащий стороне треугольника длиной } a.$$

2. Решить задачу.

Дано: треугольник ABC (№ 42 учебного пособия); a, b, c – стороны треугольника; S – площадь треугольника ABC .

Выразить радиусы окружностей, описанной около треугольника и вписанной в него, через a, b, c и S .

Решение:

1) 1) Зная, что $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где α – угол, противолежащий стороне a .

2) Из формулы $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, получим $\sin \alpha = \frac{2S}{bc}$, а $2 \sin \alpha = \frac{4S}{bc}$;

3) Следовательно: $R = \frac{a}{4S}$ или $R = \frac{abc}{4S}$.

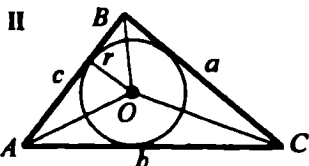


Рис. 1

1) $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OCA}$;

2) $S = \frac{1}{2}cr + \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br$; $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$;

3) $2S = r(a+b+c) \Rightarrow r = \frac{2S}{a+b+c}$.

II. Закрепление изученного материала.

1. Решить задачи:

1) № 43 (2, 3), использовать формулы: $R = \frac{abc}{4S}$; $r = \frac{2S}{a+b+c}$. Площадь треугольника найти по формуле Герона.

2) № 45 решается аналогично или площадь можно найти по формуле

$S = \frac{1}{2}ah_a$, найдя h_a по теореме Пифагора.

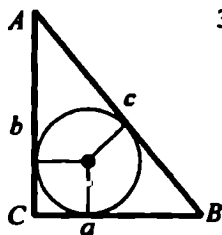


Рис. 2

3) № 47. 1-й способ. В треугольнике $ABC \angle ACB = 90^\circ$.

Пусть $CB = a$, $CA = b$, $AB = c$; $r = \frac{2S}{a+b+c}$.

$$S = \frac{ab}{2}, r = \frac{2ab}{2(a+b+c)} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b+c) \cdot (a+b-c)} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b)^2 - c^2} = \frac{ab(a+b-c)}{a^2 + b^2 + 2ab - c^2},$$

так как $a^2 + b^2 = c^2$,

$$r = \frac{ab(a+b-c)}{2ab} = \frac{a+b-c}{2}.$$

2-й способ. Отрезки касательных, проведенных к данной окружности из одной точки, равны (задача № 16 (1) § 5).

Поэтому $(a-r) + (b-r) = c$, откуда $r = \frac{a+b-c}{2}$.

4) № 48.

III. Задание на дом: § 14, упр. 43 (1, 4), 44, 46.

ПЛОЩАДИ ПОДОБНЫХ ФИГУР (1 час)

Цели: рассмотреть зависимость отношения площадей подобных фигур от отношения их линейных размеров. Выработать у учащихся умение

находить отношение площадей подобных фигур по известным длинам пары соответствующих элементов этих фигур.

I. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Повторить определение подобных фигур.
2. Вспомнить свойства подобных фигур (соответствующие углы равны, соответствующие отрезки пропорциональны; в частности, у подобных треугольников пропорциональны не только соответствующие стороны, но и соответствующие высоты).

II. Изучение нового материала.

1. Решить задачи:

1) Треугольники ABC и $AB'C'$ (рис. 1, а, б) подобны, коэффициент подобия равен k . Выразите площадь треугольника $AB'C'$ через площадь треугольника ABC .

Решение: а) $h' = kh$, $a' = ka$ (у подобных фигур соответствующие отрезки пропорциональны);

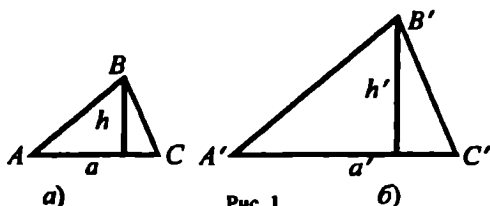


Рис. 1

$$\begin{aligned} \text{б) } S_{ABC} &= \frac{ah}{2}; S_{AB'C'} = \frac{a'h'}{2} = \\ &= \frac{ka \cdot kh}{2} = k^2 \frac{ah}{2} = k^2 S_{ABC}; \end{aligned}$$

в) вывод: если $k > 1$, то площадь $\Delta AB'C'$ в k^2 раз больше площади ΔABC , а если $k < 1$, то площадь $\Delta AB'C'$ в k^2 раз меньше площади ΔABC .

2. Найдите отношение площадей подобных простых фигур F_1 и F_2 , если коэффициент подобия, при котором фигура F_1 переходит в фигуру F_2 , равен k .

Решение – смотри пункт 128 учебного пособия.

III. Закрепление изученного материала.

1. $\Delta ABC \sim \Delta AB'C'$. Найдите отношение площадей этих треугольников, если $AB = 2$ см, $AB' = 6$ см

$$k = \frac{AB'}{AB} = \frac{6}{2} = 3; \frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = k^2 = 9.$$

Ответ:

2. $ABCD$ и $AB'C'D'$ – трапеции. $ABCD \sim AB'C'D'$, $AC = 10$ см, $AC' = 15$ см. Найдите отношение площадей этих трапеций.

3. Устно. Найдите отношение площадей двух квадратов, если отношение их сторон равно: а) $1 : 3$; б) $2 : \sqrt{5}$; в) $p : q$.

4. Соответствующие стороны подобных многоугольников относятся как $2 : 1$. Найдите площадь меньшего многоугольника, если площадь большего равна 36 см^2 .

5. Сторона AB треугольника ABC (рис. 2, с. 57) разделена на три равных отрезка точками K и L . Через точку K проведена прямая параллельно

AB , через точку L проведена прямая LM параллельно CB , точка M – их точка пересечения. Определите площадь ΔKML , если площадь ΔABC равна 1.

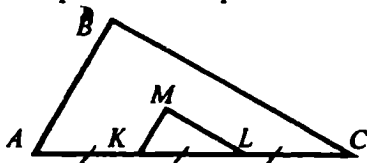


Рис. 2

Решение: $\Delta ABC \sim \Delta KML$ (по двум углам).

$AC : KL = 3 : 1$ (по условию).

$$S_{ABC} : S_{KML} = 9 : 1 \Rightarrow S_{KML} = \frac{1}{9}.$$

6. Площадь многоугольника a кв. единиц. Найдите площадь многоугольника, подобного данному, если отношение одной из сторон этого многоугольника к соответствующей стороне данного многоугольника равно $k : p$.

Ответ: $S_1 = a$, $S_1 : S_2 = p^2 : k^2$, откуда $S_2 = \frac{ak^2}{p^2}$ (кв. ед)

IV. Задание на дом: § 14, в. 7, упр. 50, 51, 52.

ПЛОЩАДЬ КРУГА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (2 часа)

Цели: сформировать понимание учащимися понятий: «круг», «круговой сектор», «круговой сегмент». Выработать умение выводить формулу площади круга и применять ее при вычислении площади круга, кругового сектора и кругового сегмента при решении задач.

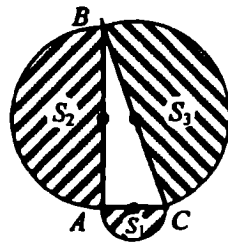
Урок № 1

I. Изучение нового материала.

1. Ввести определение площади произвольной фигуры.
2. Дать определение понятия «круг».
3. Обосновать формулу площади круга.

II. Закрепление изученного материала.

1. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см. Ответ: 3 см.
2. Найдите боковую сторону равнобокой трапеции с основаниями 5 см и 7 см, описанной около круга. Ответ: 6 см.
3. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб со стороной 8 см и углом 120° . Ответ: 4 см.



4. На сторонах произвольного прямоугольного треугольника ABC как на диаметрах построены полу-круги. Докажите, что сумма площадей полу-кругов, построенных на катетах, равна площади полу-круга, построенного на гипотенузе.

[Пусть $AC = 2a$, $AB = 2b$, $BC = 2c$, тогда радиусы соответствующих кругов равны a , b , c .

$$S_1 = \frac{\pi a^2}{2}; S_2 = \frac{\pi b^2}{2}; S_3 = \frac{\pi c^2}{2};$$

$$S_1 + S_2 = \frac{\pi}{2}(a^2 + b^2).$$

По теореме Пифагора $a^2 + b^2 = c^2$, поэтому $S_1 + S_2 = \frac{\pi}{2}(a^2 + b^2) = \frac{\pi}{2}c^2 = S_3$.

5. № 54 (3), № 55 (2, 3).

III. Задание на дом: § 14, в. 8, упр. 53, 54 (1, 2), 55 (1).

Урок № 2

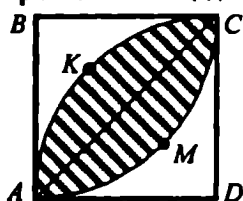
I. Изучение нового материала.

1. Ввести понятия «круговой сектор» и «круговой сегмент».

2. Вывести формулы для вычисления их площадей.

II. Закрепление изученного материала.

1. На здании МГУ установлены часы с круговым циферблатом, имеющим диаметр примерно 8,8 м. Найдите площадь циферблата этих часов и сравните с площадью вашей классной комнаты. Ответ: 60,8 м².



2. ABCD – квадрат со стороной 1. Найдите площадь «чечевицы», заштрихованной на рисунке.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Площадь сектора } DAKC \text{ равна } \frac{\pi}{4} \cdot S_{ACD} = \frac{1}{2}. \\ \text{Площадь сегмента } AKC \text{ равна } \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 2}{4}. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Площадь сектора } DAKC \text{ равна } \frac{\pi}{4} \cdot S_{ACD} = \frac{1}{2}. \\ \text{Площадь сегмента } AKC \text{ равна } \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 2}{4}. \end{array} \right.$$

$$\text{Площадь «чечевицы»}: 2 \left(\frac{\pi - 2}{4} \right) = \frac{\pi - 2}{2} \approx 0,7 \text{ кв. ед.} \left. \right]$$

3. № 59 (2, 4), 60 (2), 62 (2), 56 (2, 3), 57.

III. Задание на дом: § 14, в. 1—9, упр. 56 (1), 59 (1, 3), 60 (1), 62 (1).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7 (1 час)

Цель: проверка знаний, умений и навыков учащихся в решении задач по теме «Площади фигур».

Вариант I

1) Дана трапеция ABCD с основаниями AB и CD. Докажите, что треугольники ABD и BAC имеют равные площади.

2) Боковая сторона трапеции, равная 40 дм, образует с большим основанием трапеции угол в 45°. Найдите площадь трапеции, если ее средняя линия равна 42 дм. Ответ: $840\sqrt{2}$ дм².

3) Площадь кругового кольца, заключенного между двумя окружностями с одним и тем же центром, равна 12 дм^2 . Найдите радиусы окружностей, если один из них в два раза больше другого.

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ дм}, \frac{4}{\sqrt{\pi}} \text{ дм}.$

Вариант II

1) Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AB и CD . Докажите, что треугольники ACD и BCD имеют равные площади.

2) Боковая сторона трапеции, равная 20 см , образует с меньшим основанием угол в 150° . Найдите площадь трапеции, если ее средняя линия равна 16 см .

Ответ: 160 см^2 .

3) Площадь кругового кольца, заключенного между двумя окружностями с одним и тем же центром, равна 8 см^2 . Найдите площади этих кругов, ограниченных этими окружностями, если радиус одной из них в три раза больше, чем радиус другой.

Ответ: 1 см^2 и 9 см^2 .

Вариант III

1) Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники BCO и DCO имеют равные площади.

2) Основания трапеции равны 10 м и 20 м . Диагональ трапеции отсекает от нее прямоугольный треугольник равнобедренный, гипотенузой которого является меньшее основание трапеции. Найдите площадь трапеции.

Ответ: 75 м^2 .

3) В равнобокую трапецию с боковой стороной 3 м вписан круг, касающийся всех ее сторон. Найдите площадь круга, если площадь трапеции равна 6 м^2 .

Ответ: $\pi \text{ м}^2$.

Вариант IV

1) Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOD и DOC имеют равные площади.

2) Боковая сторона равнобокой трапеции равна 10 дм . Ее диагональ делит среднюю линию трапеции на отрезки 6 дм и 14 дм . Найдите площадь трапеции.

Ответ: 120 дм^2 .

3) В равнобокую трапецию вписан круг, касающийся всех ее сторон. Боковая сторона трапеции равна 4 дм , а угол при большем основании равен 30° . Найдите площади трапеции и круга.

Ответ: $8 \text{ дм}^2, \pi \text{ дм}^2$.

ОБОБЩАЮЩЕЕ ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ (14 часов)

Повторение можно организовать, используя справочное пособие: Геометрия в таблицах 7–11 классы / Авторы-составители Л. И. Звавич, А. Р. Рязановский. М.: Издательский дом «Дрофа», 1997.

А можно – по примерным вопросам к итоговой аттестации учащихся за курс основной средней школы.

Тесты могут быть использованы учителем как обычные контрольные работы, как подготовительные к контрольным работам и как тренировочные.

Тесты предложены в двух вариантах по основным темам. В каждом тесте 8 заданий. Но их число учитель может варьировать в зависимости от уровня подготовки класса и требований, предъявляемых к каждому конкретному тесту.

Задания, включенные во вторую половину теста, более сложные и на их решение должно отводиться больше времени.

Кроме того, тесты полезны для самоподготовки учащихся. Их могут использовать и родители, которые хотели бы проверить знания своих детей.

ТЕСТ 1

Подобие треугольников

Вариант I

1. Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$, BD и B_1D_1 – медианы, причем AD в 3 раза больше A_1D_1 . Найдите отношение периметров треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

- а) 4,5; б) 1,5; в) 6; г) 3.

2. В треугольнике ABC проведены высоты AF и CE , O – точка пересечения высот. Какие из высказываний верны?

- 1) $\triangle EBC \sim \triangle FBA$; 3) $\triangle ABC \sim \triangle AOC$;

- 2) $\triangle AFC \sim \triangle CEA$; 4) $\triangle AEO \sim \triangle CFO$.

- а) 2; 3; б) 1; 4; в) 1; 2; г) 3; 4.

3. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$ см, $AB = 9$ см, CD – высота. Найдите BD .

- а) 8 см; б) 6 см; в) 4 см; г) 5 см.

4. Высоты параллелограмма равны 6 дм и 10 дм, а периметр параллелограмма равен 48 дм. Найдите разность между смежными сторонами параллелограмма.

- а) 5 дм; б) 4 дм; в) 6 дм; г) 3 дм.

5. В треугольнике MKP $MP = 24$ см, отрезок $DE \parallel MP$, причем $D \in MK$, $E \in PK$. Найдите MK , если $DM = 6$ см, а $DE = 20$ см.

- а) 32 см; б) 25 см; в) 36 см; г) 24 см.

6. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $BC = 9$ см, $AD = 16$ см, $BD = 18$ см. O – точка пересечения AC и BD . Найдите OB .

- а) 7,6 см; б) 6,48 см; в) 6,8 см; г) 7,12 см.

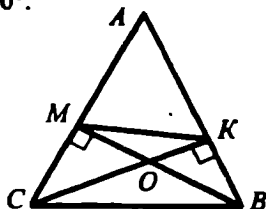
7. Два треугольника подобны. Стороны одного равны 6 см, 8 см и 13 см, а другого – 12 см, 9 см и x см. Найдите x .

- а) 17,5 см; б) 15 см; в) 17 см; г) 19,5 см.

8. Дано: треугольник ABC , $\angle BKC = \angle CMB = 90^\circ$.

Найти: верное высказывание.

- а) $\triangle MAK \sim \triangle MOK$;
 б) $\triangle BAC \sim \triangle MAK$;
 в) $\triangle KAM \sim \triangle MOK$;
 г) $\triangle ABC \sim \triangle AKM$;



Вариант II

1. Треугольник MKP подобен треугольнику $M_1K_1P_1$, KE и K_1E_1 – медианы, причем ME в 4 раза больше M_1E_1 . Найдите отношения периметров треугольников MKP и $M_1K_1P_1$.

- а) 6; б) 8; в) 4; г) 2.

2. В треугольнике ABC проведены высоты AK и CM , O – точка пересечения высот. Какие из высказываний верны?

- 1) $\triangle ABC \sim \triangle AOC$; 3) $\triangle AMC \sim \triangle CKA$;
 2) $\triangle COK \sim \triangle AOM$; 4) $\triangle AKB \sim \triangle CMB$;
 а) 1; 2; б) 3; 4; в) 1; 3; г) 2; 4.

3. В прямоугольном треугольнике MKE $\angle K = 90^\circ$, $KE = 8$ см, $ME = 16$ см, KD – высота. Найдите длину отрезка DM .

- а) 4 см; б) 12 см; в) 14 см; г) 9 см.

4. Высоты параллелограмма равны 12 дм и 16 дм. Периметр параллелограмма равен 98 дм. Найдите разность между смежными сторонами параллелограмма.

- а) 7 дм; б) 14 дм; в) 4 дм; г) 18 дм.

5. В треугольнике CDE $EC = 26$ см, отрезок $MN \parallel CE$, причем $M \in CD$, $N \in ED$. Найдите CD , если $CM = 8$ см, а $MN = 20$ см.

- а) 24 см; б) $34\frac{2}{3}$ см; в) 27 см; г) 30 см.

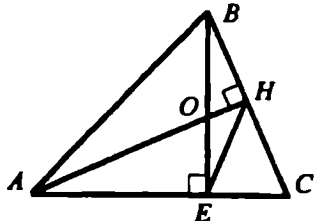
6. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $BC = 6$ см, $AD = 14$ см, $AC = 15$ см. E – точка пересечения AC и BD . Найдите CE .

- а) 4 см; б) 6 см; в) 4,5 см; г) 5,5 см.

7. Известно, что два треугольника подобны. Стороны одного равны 7 см, 12 см и 16 см, а другого – 40 см, 30 см и x см. Найдите x .

- а) 18 см; б) 20 см; в) 24 см; г) 18,5 см.

8. Дано: $\triangle ABC$,
 $\angle BHA = \angle BEA = 90^\circ$.
 Найти: верное высказывание.
- а) $\triangle ACB \sim \triangle HCE$;
 - б) $\triangle BSA \sim \triangle HCE$;
 - в) $\triangle AOB \sim \triangle EOH$;
 - г) $\triangle HOE \sim \triangle HCE$;



ТЕСТ 2

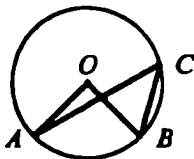
Вписанные углы.

Соотношения между хордами и касательными

Вариант I

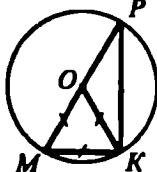
1. Угол ACB на 38° меньше угла AOB . Найдите сумму углов AOB и ACB .

- а) 96° ;
- б) 114° ;
- в) 104° ;
- г) 76° .



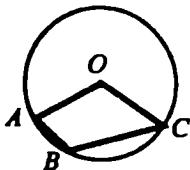
2. MP – диаметр, O – центр окружности. $OM = OK = MK$. Найдите угол PKO .

- а) 60° ;
- б) 40° ;
- в) 30° ;
- г) 45° .



3. Угол ABC – вписанный, угол AOC – центральный. Найдите угол ABC , если угол $AOC = 126^\circ$.

- а) 112° ;
- б) 123° ;
- в) 117° ;
- г) 113° .



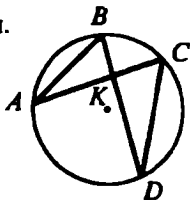
4. KD и MC – хорды одной окружности, причем E – точка их пересечения. Найдите угол CDE , если угол DEM в 4 раза больше угла DEC , а угол CMK на 26° больше угла DEC .

- а) 84° ;
- б) 71° ;
- в) 64° ;
- г) 62° .

5. Дано: $KB = 12$ см. $KC = 30$ см, $P_{AKB} = 28$ см.

Найти: P_{CKD} .

- а) 56 см;
б) 70 см;
в) 60 см;
г) 48 см.



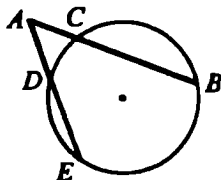
6. Дано: KM и CD – хорды, E – точка их пересечения, $CE = 6$ см, $ED = 8$ см, KE на 8 см меньше EM . Найдите KM .

- а) 14 см; б) 20 см; в) 12 см; г) 16 см.

7. Дано: $AB = 20$ см. $AC = 4$ см, $AE = 16$ см.

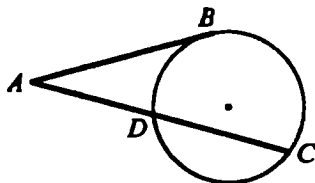
Найти: DE .

- а) 9 см;
б) 12 см;
в) 11 см;
г) 10 см.



8. AB – касательная к окружности. Найдите AD , если $AB = 6$ дм, $CD = 5$ дм.

- а) 4 дм;
б) 6 дм;
в) 3 дм;
г) 5 дм.



Вариант II

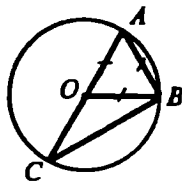
1. Угол MCK на 34° меньше угла $МОК$. Найдите сумму углов MCK и $МОК$.

- а) 112° ;
б) 96° ;
в) 68° ;
г) 102° .



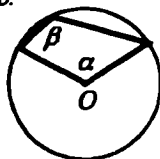
2. AC – диаметр окружности, O – ее центр. $OC = OB = OA$. Найдите угол OCB .

- а) 50° ;
б) 60° ;
в) 30° ;
г) 45° .



3. O – центр окружности, $\alpha = 136^\circ$. Найдите угол β .

- а) 108° ;
- б) 112° ;
- в) 118° ;
- г) 124° .



4. AC и BD – хорды одной окружности, причем E – точка их пересечения. Угол CED в 9 раз больше угла BEC , а угол DAE на 61° больше угла BEC . Найдите угол CBE .

- а) 76° ;
- б) 79° ;
- в) 81° ;
- г) 84° .

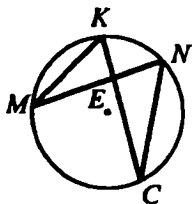
5. Дано: $MK = 16$ см.

$$NC = 24 \text{ см,}$$

$$P_{MKE} = 28 \text{ см.}$$

Найти: P_{NEC} .

- а) 54 см;
- б) 36 см;
- в) 42 см;
- г) 48 см.



6. Дано: BD и CE – хорды одной окружности, A – точка их пересечения, $AC = 6$ см, $AE = 12$ см, AB на 1 см меньше AD . Найдите BD .

- а) 21 см;
- б) 20 см;
- в) 16 см;
- г) 17 см.

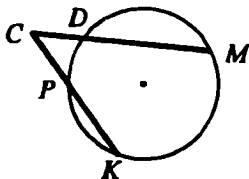
7. Дано: $CK = 16$ см.

$$CP = 6 \text{ см,}$$

$$CM = 24 \text{ см.}$$

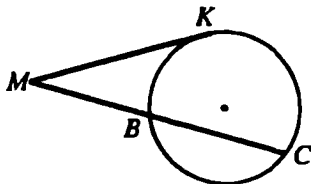
Найти: DM .

- а) 20 см;
- б) 18 см;
- в) 16 см;
- г) 15 см.



8. MK – касательная к окружности. Найдите BM , если $MK = 8$ см, $BC = 12$ см.

- а) 16 см;
- б) 4 см;
- в) 6 см;
- г) 10 см.



Теоремы синусов и косинусов

Вариант I

1. Стороны треугольника 5 см и 3 см, а угол между ними 60° . Найдите третью сторону треугольника.

- а) 2 см; б) $\sqrt{23}$ см; в) $\sqrt{19}$ см; г) 4 см.

2. Стороны треугольника равны 7 см, 8 см и 10 см. Найдите косинус наибольшего угла этого треугольника.

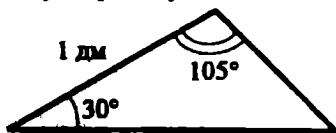
- а) $\frac{29}{140}$; б) $\frac{19}{140}$; в) $\frac{23}{112}$; г) $\frac{13}{112}$.

3. Стороны параллелограмма $5\sqrt{2}$ см и 6 см, а один из углов параллелограмма равен 45° . Найдите большую диагональ параллелограмма.

- а) $\sqrt{126}$; б) $\sqrt{146}$; в) $\sqrt{130}$; г) 12.

4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла 30° .

- а) $2\sqrt{2}$ дм; б) $\frac{1}{2}$ дм;
в) $\sqrt{2}$ дм; г) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ дм.



5. Дано: $\triangle ABC$, $AB = 5$ см, $AC = 12$ см, $\angle C = 30^\circ$.

Найти: $\angle B$.

- а) 90° ; б) 60° или 120° ; в) 45° ; г) решения нет.

6. В треугольнике одна из сторон равна $8\sqrt{3}$ см, а противоположный угол равен 60° . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

- а) 8 см; б) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ см; в) $4\sqrt{3}$ см; г) 6 см.

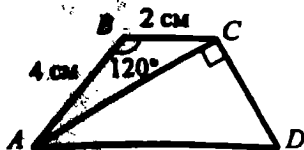
7. В треугольнике CDE $CD = 12$ см, $DE = 15$ см, $CE = 18$ см, DK – биссектриса угла D . Найдите разность длин отрезков KE и CK .

- а) 3 см; б) 2,5 см; в) 2 см; г) 1,5 см.

8. $ABCD$ – трапеция.

Найдите основание AD .

- а) 5 см;
б) 7 см;
в) 6 см;
г) $5\sqrt{3}$ см.



Вариант II

1. Стороны треугольника $5\sqrt{3}$ см и 4 см, а угол между ними 30° . Найдите третью сторону треугольника.

- а) 6 см; б) $\sqrt{31}$ см; в) $\sqrt{29}$ см; г) 5 см.

2. Стороны треугольника равны 5 см, 6 см и 8 см. Найдите косинус наименьшего угла этого треугольника.

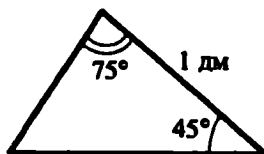
- а) $\frac{37}{60}$; б) $\frac{15}{32}$; в) $\frac{25}{32}$; г) $\frac{29}{60}$.

3. Стороны параллелограмма 3 см и 8 см, а один из углов параллелограмма равен 60° . Найдите бо́льшую диагональ параллелограмма.

- а) 9 см; б) $\sqrt{89}$ см; в) $\sqrt{97}$ см; г) $7\sqrt{3}$ см.

4. Найдите сторону треугольника, лежащую против угла 45° .

- а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ дм; б) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ дм;
в) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ дм; г) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ дм.



5. Дано: $\triangle ABC$, $AB = 1$ см, $AC = \sqrt{2}$ см, угол $C = 30^\circ$.

Найти: $\angle B$.

- а) 45° ; б) 45° или 135° ; в) 60° ; г) решения нет.

6. В треугольнике одна из сторон равна $7\sqrt{2}$ см, а противоположный угол равен 45° . Найдите радиус описанной окружности.

- а) 7 см; б) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ см; в) $3,5\sqrt{2}$ см; г) 3,5 см.

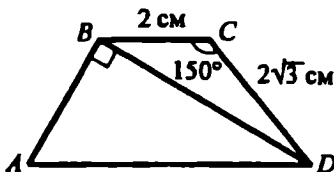
7. В треугольнике MKP $MK = 8$ см, $KP = 12$ см, $MP = 15$ см, KO – биссектриса угла K . Найдите разность длин отрезков OP и OM .

- а) 3 см; б) 2 см; в) 2,5 см; г) 3,5 см.

8. $ABCD$ – трапеция.

Найдите основание AD .

- а) 4 см;
б) $5\sqrt{3}$ см;
в) 5,6 см;
г) 6 см.



Обобщающий

(Теоремы синусов и косинусов. Подобие треугольников.

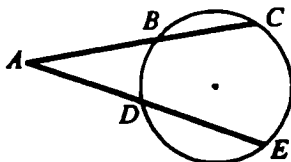
Вписанные углы)

Вариант I

1. Известно, что $AB = 6$ см,
 $BC = 9$ см, $DE = 13$ см.

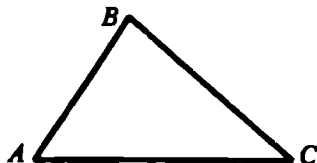
Найдите AD .

- а) 8 см; б) 5 см;
в) 6 см; г) 4,5 см.



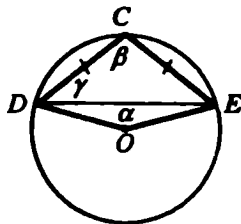
2. В треугольнике ABC угол A равен 60° , сторона BC в 1,5 раза больше AB . Найдите $\frac{AC}{AB}$.

- а) $\sqrt{3}$; б) $1 + \sqrt{3}$;
в) 1,5; г) $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$.



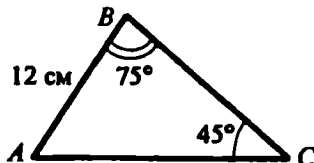
3. $CD = CE$, O – центр окружности.
Угол β на 105° больше угла γ .
Найдите угол α .

- а) 260° ; б) 115° ;
в) 110° ; г) 100° .



4. Найдите сторону BC треугольника ABC .

- а) 10 см; б) $4\sqrt{3}$ см;
в) $6\sqrt{6}$ см; г) $8\sqrt{2}$ см.



5. Стороны параллелограмма равны 6 дм и 10 дм, а одна из его диагоналей равна 13 дм. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

- а) $6\sqrt{2}$ дм; б) $\sqrt{103}$ дм;
в) $6\sqrt{3}$ дм; г) 9,5 дм.

6. O – центр окружности, OA , OB и OC – радиусы. Угол BOC в два раза больше угла AOC , а угол AOB в 1,5 раза больше угла BOC . При этом сумма всех трех углов равна 360° . Найдите BC , если $AB = 8$ см.

- а) $4\sqrt{3}$ см; б) $8\sqrt{3}$ см; в) $4\sqrt{2}$ см; г) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ см.

7. Угол ACB – вписанный в окружность. O – центр окружности. Хорда $AB = m$, а угол $ACB = \frac{\alpha}{2}$. Найдите радиус окружности

- а) $\frac{m}{2\sin 2\alpha}$; б) $\frac{m}{2\sin \alpha}$; в) $\frac{m}{\sin 2\alpha}$; г) $\frac{m}{2\sin \frac{\alpha}{2}}$.

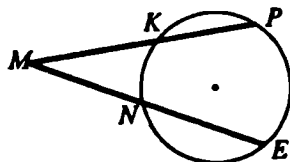
8. ME и PC – высоты треугольника MKP . $MP = 9\sqrt{2}$ см; $KE = \sqrt{12}$ см; $CE = 3\sqrt{3}$ см. Найдите отрезок MK .

- а) $4\sqrt{2}$ см; б) $4\sqrt{3}$ см; в) $6\sqrt{2}$ см; г) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ см.

Вариант II

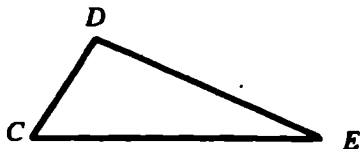
1. Известно, что $MK = 7$ см,
 $KP = 5$ см, $NE = 8$ см.
Найдите MN .

- а) 4 см; б) 6,5 см;
в) 6 см; г) 7,5 см.



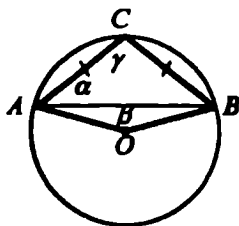
2. В треугольнике CDE угол C равен 60° , сторона DE в 2,5 раза больше CD . Найдите $\frac{CE}{CD}$.

- а) $1 + \sqrt{6}$; б) $\frac{1 + \sqrt{22}}{2}$;
в) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; г) 3.



3. $AC = BC$, O – центр окружности.
Угол γ на 75° больше угла α .
Найдите угол β .

- а) 160° ; б) 220° ;
в) 150° ; г) 140° .



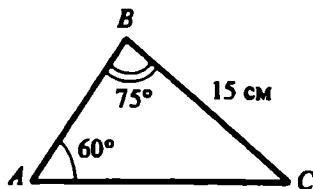
4. Найдите сторону AB треугольника ABC .

а) $7,5\sqrt{2}$ см;

б) $6\sqrt{3}$ см;

в) $5\sqrt{6}$ см;

г) $\frac{15}{\sqrt{2}}$ см.



5. Стороны параллелограмма равны 7 см и 9 см, а одна из его диагоналей равна 8 см. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

а) 14 см;

б) $12\sqrt{2}$ см;

в) $10\sqrt{3}$ см;

г) 10,5 см.

6. O – центр окружности, OA , OB и OC – радиусы. Угол AOB на 30° больше угла AOC , а угол BOC на 30° больше угла AOB . Причем сумма всех трех углов равна 360° . Найдите хорду AB , если $AC = 8$ см.

а) $6\sqrt{2}$ см;

б) $4\sqrt{6}$ см;

в) $5\sqrt{5}$ см;

г) $\frac{\sqrt{8}}{3}$ см.

7. Угол MKP – вписанный в окружность. O – центр окружности. Хорда $MP = a$, а угол $MKP = \frac{\beta}{2}$. Найдите радиус окружности

а) $\frac{a}{\sin \beta}$;

б) $\frac{a}{2 \sin \frac{\beta}{2}}$;

в) $\frac{a}{2 \sin 2\beta}$;

г) $\frac{a}{\sin 2\beta}$.

8. AM и CK – высоты треугольника ABC . $AC = 12\sqrt{3}$ см; $BK = \sqrt{24}$ см; $BC = 9\sqrt{2}$ см. Найдите отрезок KM .

а) $\frac{10}{\sqrt{2}}$ см;

б) $8\sqrt{3}$ см;

в) 8 см;

г) $6\sqrt{2}$ см.

ТЕСТ 5

Многоугольники

Вариант I

1. Один из внутренних углов правильного n -угольника равен 150° . Найдите число сторон многоугольника.

а) 9;

б) 14;

в) 12;

г) 15.

2. Величины углов выпуклого пятиугольника пропорциональны числам 2:3:4:5:6. Найдите величину большего из углов.

- а) 136° ; б) 156° ; в) 148° ; г) 162° .

3. Периметр равностороннего треугольника равен $6\sqrt{3}$ см. Найдите радиус описанной окружности.

- а) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ см; б) $2\sqrt{3}$ см; в) 2 см; г) 4 см.

4. Около квадрата описана окружность и в квадрат вписана окружность. Найдите радиус вписанной окружности, если радиус описанной окружности равен $10\sqrt{2}$ см.

- а) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ см; б) 10 см; в) $5\sqrt{2}$ см; г) 5 см.

5. Внешний угол правильного многоугольника меньше внутреннего угла на 140° . Найдите сумму углов данного многоугольника.

- а) 2400° ; б) 3060° ; в) 2880° ; г) 2700° .

6. Меньшая диагональ правильного шестиугольника равна $5\sqrt{3}$ см. Найдите периметр шестиугольника.

- а) $15\sqrt{3}$ см; б) $24\sqrt{3}$ см; в) 24 см; г) 30 см.

7. В некотором многоугольнике можно провести 20 диагоналей. Найдите число сторон этого многоугольника.

- а) 7; б) 10; в) 9; г) 8.

8. Радиус окружности, описанной около правильного восьмиугольника, равен 1 дм. Найдите сторону восьмиугольника.

- а) $1 - \sqrt{2}$ дм; б) $\sqrt{1 - \sqrt{2}}$ дм; в) $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ дм; г) $\sqrt[4]{2}$ дм.

Вариант II

1. Один из внутренних углов правильного n -угольника равен 156° . Найдите число сторон многоугольника.

- а) 12; б) 15; в) 18; г) 20.

2. Величины углов выпуклого пятиугольника пропорциональны числам 4:5:6:7:8. Найдите наибольший угол.

- а) 144° ; б) 136° ; в) 148° ; г) 152° .

3. Периметр квадрата равен $12\sqrt{2}$ см. Найдите радиус описанной окружности.

- а) $3\sqrt{6}$ см; б) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ см; в) $3\sqrt{2}$ см; г) 3 см.

4. Около правильного треугольника описана окружность радиусом $10\sqrt{3}$ см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

- а) $5\sqrt{6}$ см; б) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ см; в) $5\sqrt{3}$ см; г) 10 см.

5. Внешний угол правильного многоугольника на 144° меньше внутреннего угла. Найдите сумму углов данного многоугольника.

- а) 3600° ; б) 3240° ; в) 3060° ; г) 3420° .

6. Меньшая диагональ правильного шестиугольника равна $9\sqrt{3}$ см. Найдите его большую диагональ.

- а) 24 см; б) $18\sqrt{3}$ см; в) 18 см; г) $24\sqrt{3}$ см.

7. В некотором многоугольнике можно провести 14 диагоналей. Найдите число сторон этого многоугольника.

- а) 6; б) 7; в) 8; г) 9.

8. Сторона правильного восьмиугольника, равна 1 м. Найдите площадь описанного круга.

- а) $(1 - \sqrt{2})\pi$ м²; б) $\frac{\pi}{1 - \sqrt{2}}$ м²; в) $\sqrt{2}\pi$ м²; г) $\frac{\pi}{2 - \sqrt{2}}$ м².

ТЕСТ 6

Площади фигур

Вариант I

1. Стороны параллелограмма 6 см и 5 см, а один из углов параллелограмма равен 150° . Найдите площадь параллелограмма.

- а) $30\sqrt{3}$ см²; б) $15\sqrt{3}$ см²; в) 15 см²; г) 30 см².

2. Сторона ромба равна 20 см, а одна из диагоналей равна 24 см. Найдите площадь ромба.

- а) 480 см²; б) 540 см²; в) 768 см²; г) 384 см².

3. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 30° , а площадь треугольника равна $9\sqrt{3}$ см². Найдите боковую сторону треугольника.

- а) $6\sqrt{3}$ см; б) $4\sqrt{6}$ см; в) $4\sqrt{3}$ см; г) 6 см.

4. Стороны треугольника равны 8 см, 6 см, 4 см. Найдите меньшую высоту треугольника.

- а) 4 см; б) $\frac{3}{4}\sqrt{15}$ см; в) $4\sqrt{2}$ см; г) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ см.

5. Диагональ квадрата равна $7\sqrt{3}$ см. Найдите его площадь.

- а) $73,5 \text{ см}^2$; б) $64\sqrt{2} \text{ см}^2$ в) $67,5 \text{ см}^2$; г) 78 см^2 .

6. Высота правильного треугольника равна h . Найдите площадь этого треугольника.

- а) $\frac{h^2 \sqrt{3}}{4}$; б) $\frac{h^2 \sqrt{2}}{3}$; в) $\frac{h^2 \sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{h^2 \sqrt{3}}{2}$.

7. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если большее основание равно $16\sqrt{3}$, а один из углов трапеции равен 60° .

- а) 180 см^2 ; б) $180\sqrt{3} \text{ см}^2$ в) 144 см^2 ; г) $144\sqrt{3} \text{ см}^2$.

8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 24 см. При каком значении высоты площадь треугольника наибольшая?

- а) 12 см; б) $12\sqrt{2}$ см; в) $12\sqrt{3}$ см; г) $8\sqrt{3}$ см.

Вариант II

1. Стороны параллелограмма равны 5 см и $4\sqrt{3}$ см, а один из углов равен 120° . Найдите площадь параллелограмма.

- а) 20 см^2 ; б) 30 см^2 ; в) $30\sqrt{3} \text{ см}^2$; г) $20\sqrt{3} \text{ см}^2$.

2. Сторона ромба равна 25 см, а одна из диагоналей равна 48 см. Найдите площадь ромба.

- а) 600 см^2 ; б) 1200 см^2 ; в) 336 см^2 ; г) $336\sqrt{3} \text{ см}^2$.

3. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 120° , а основание равно $14\sqrt{3}$ см. Найдите площадь треугольника.

- а) $49\sqrt{3} \text{ см}^2$; б) $36\sqrt{3} \text{ см}^2$; в) 42 см^2 ; г) 48 см^2 .

4. Стороны треугольника равны 8 см, 10 см и 12 см. Найдите большую высоту треугольника.

- а) $3\sqrt{5}$ см; б) $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ см; в) $3,5\sqrt{7}$ см; г) $5\sqrt{3}$ см.

5. Площадь прямоугольного равнобедренного треугольника равна 16 см^2 . Найдите гипотенузу этого треугольника.

- а) $8\sqrt{2}$ см; б) $8\sqrt{3}$ см; в) 12 см; г) 8 см.

6. Площадь равностороннего треугольника равна $24\sqrt{3}$ см². Найдите сторону этого треугольника.

- а) 4 см; б) $3\sqrt{6}$ см; в) $4\sqrt{6}$ см; г) $4\sqrt{3}$ см.

7. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если боковая сторона равна 6 см, а один из углов трапеции равен 60° .

- а) 24 см^2 ; б) $24\sqrt{2}\text{ см}^2$; в) 27 см^2 ; г) $27\sqrt{3}\text{ см}^2$.

8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 18 см. Найдите наибольшую возможную площадь этого треугольника.

- а) 162 см^2 ; б) $81\sqrt{3}\text{ см}^2$; в) 180 см^2 ; г) $81\sqrt{2}\text{ см}^2$.

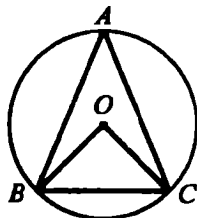
ТЕСТ 7

Итоговый-1

Вариант I

1. Дано: Окружность с центром O , угол BAC равен 45° , диаметр равен 16 см. Найдите хорду BC .

- а) $16\sqrt{2}$ см; б) $8\sqrt{2}$ см;
в) 8 см; г) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ см.



2. $ABCD$ – параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника ABO равна $7,5\text{ см}^2$.

- а) $22,5\text{ см}^2$; б) 60 см^2 ; в) 15 см^2 ; г) 30 см^2 .

3. Стороны параллелограмма равны 3 дм и 5 дм, а одна из его диагоналей равна 4 см. Найдите сумму длин двух высот параллелограмма, проведенных из одной вершины.

- а) 6,8 дм; б) 6,4 дм; в) 6 дм; г) 9 дм.

4. Трапеция $ABCD$ вписана в окружность ($BC \parallel AD$), $AB = 6$ см, а $BD \perp AB$, $BD = 8$ см. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.

- а) $24\pi\text{ см}^2$; б) $20\pi\text{ см}^2$; в) $25\pi\text{ см}^2$; г) $30\pi\text{ см}^2$.

5. Вычислите синус угла правильного восьмиугольника.

- а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sqrt{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\frac{1}{2}$.

6. Стороны треугольника равны 14 см, 16 см и 18 см. Найдите радиус вписанной окружности.

- а) $3\sqrt{6}$ см; б) $4\sqrt{3}$ см; в) $2\sqrt{5}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см.

7. Дано: $\triangle ABC$ – прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$ см, $AB = 10$ см, CD – высота.

Найти: $\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADC}}$.

- а) 1,5; б) $1\frac{3}{4}$; в) $1\frac{1}{4}$; г) $1\frac{7}{9}$.

8. Даны уравнения двух прямых:

$$2x + y + 1 = 0 \text{ и } x - y + 8 = 0.$$

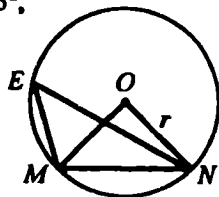
Найдите площадь треугольника ABC , где A и B – точки пересечения прямых с осью Ox , а C – точка пересечения этих прямых.

- а) 19,25; б) 18,75; в) 17,5; г) 20,25.

Вариант II

1. Дано: Окружность с центром O , $\angle MEN = 45^\circ$, $MN = 18$ см. Найти: r .

- а) $\frac{18}{\sqrt{3}}$ см; б) $9\sqrt{2}$ см;
в) $\frac{9}{\sqrt{2}}$ см; г) 9 см.



2. $CDEK$ – параллелограмм, O – точка пересечения его диагоналей. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника KOE равна $13,5 \text{ дм}^2$.

- а) $40,5 \text{ дм}^2$; б) 27 дм^2 ; в) 54 дм^2 ; г) $27\sqrt{3} \text{ дм}^2$.

3. Стороны параллелограмма равны 20 см и 12 см, а одна из его диагоналей равна 16 см. Найдите сумму длин двух высот параллелограмма, проведенных из одной его вершины.

- а) 27,5 см; б) 30 см; в) 24 см; г) 25,6 см.

4. Трапеция $CDEK$ вписана в окружность ($DE \parallel CK$), $EK = 5$ см, $KD = 12$ см, причем $KD \perp CD$. Найдите длину окружности.

- а) 14π см; б) 13π см; в) 17π см; г) $8,5\pi$ см.

5. Вычислите косинус угла правильного шестиугольника.

- а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{1}{2}$.

6. Стороны треугольника равны 8 см, 10 см и 12 см. Найдите радиус описанной окружности.

- а) $\frac{16}{\sqrt{7}}$ см; б) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ см; в) $2\sqrt{7}$ см; г) $4\sqrt{3}$ см.

7. Дано: $\triangle MKP$ – прямоугольный, $\angle K = 90^\circ$, $MK = 6$ см, $MP = 10$ см, KD – высота.

Найти: $\frac{S_{\triangle MKD}}{S_{\triangle KDP}}$.

- а) $\frac{9}{25}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{9}{16}$; г) $\frac{3}{5}$.

8. Даны уравнения двух прямых:

$$2x + y + 4 = 0 \text{ и } -x + y - 5 = 0.$$

Найдите площадь треугольника CDE , где C и D – точки пересечения данных прямых с осью Ox , а E – точка пересечения этих прямых.

- а) 2,75; б) 3,5; в) 3; г) 3,25.

ТЕСТ 8

Итоговый–2

Вариант I

1. Треугольник ABC – прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$, CD – высота. Найдите катет BC , если $\angle A = 60^\circ$, $CD = 6\sqrt{3}$.

- а) $9\sqrt{3}$; б) 9; в) $\frac{12}{\sqrt{3}}$; г) $12\sqrt{3}$.

2. $ABCD$ – трапеция, $BC \parallel AD$, O – точка пересечения ее диагоналей, причем $AC \perp BD$, $S_{\triangle BOC} = 16\sqrt{2}$ см², $S_{\triangle AOD} = 36\sqrt{2}$ см², $AB = CD$.

Найдите площадь треугольника AOB .

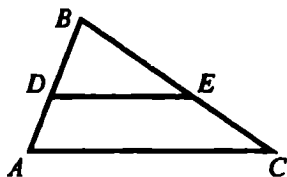
- а) $20\sqrt{2}$ см²; б) $26\sqrt{2}$ см²; в) $24\sqrt{2}$ см²; г) 20 см².

3. Даны точки $C(-3; 2)$ и $D(1; 8)$, точка M лежит на оси Ox и равноудалена от точек C и D . Найдите абсциссу точки M .

- а) $6\frac{3}{4}$; б) $6\frac{1}{3}$; в) $6\frac{2}{3}$; г) 6,5.

4. В треугольнике ABC $DE \parallel AC$, $S_{\triangle DBE} = 4$ см², $S_{\triangle DEC} = 5$ см², $DE = 7$ см. Найдите AC .

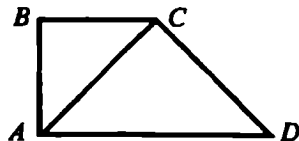
- а) $9\frac{2}{3}$ см; б) 10,5 см;
в) 12 см; г) 9 см.



5. $ABCD$ – трапеция, $BA \perp AD$, $BC \parallel AD$,
 $BC = 6$ см, $AC \perp CD$ и $AC = 10$ см.

Найдите площадь трапеции.

- а) $88,5 \text{ см}^2$; б) 96 см^2 ;
 в) $84,5 \text{ см}^2$; г) $90\frac{2}{3} \text{ см}^2$.



6. В треугольнике CDK $CD = 8$ см, $KD = 6$ см и $CK = 4$ см. Найдите медиану DM .

- а) $6\sqrt{2}$ см; б) $6,5$ см; в) $4\sqrt{3}$ см; г) $\sqrt{46}$ см.

7. $ABCD$ – параллелограмм. Выразите через векторы $\vec{AB} = \vec{a}$ и $\vec{AD} = \vec{b}$

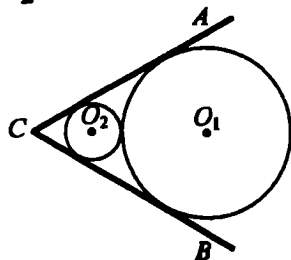
вектор $\vec{MK}$, где M – середина CD и $BK:KC = 2:1$.

- а) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$; б) $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$;
 в) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$; г) $\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

8. Стороны угла ACB , равного 60° , касаются двух окружностей с центрами O_1 и O_2 , касающихся одна другой, причем $CO_1 = 12$ см.

Найдите радиус окружности с центром O_2 .

- а) $2\sqrt{3}$ см; б) $3\sqrt{2}$ см;
 в) 2 см; г) 3 см.



ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ

Тест 1

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	г	б	г	в	в	б	г	б
Вариант II	в	г	б	а	б	в	г	а

Тест 2

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	б	в	в	г	б	г	в	а
Вариант II	г	в	б	б	в	г	а	б

Тест 3

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	в	г	б	г	г	а	в	б
Вариант II	б	в	в	г	б	а	а	в

Тест 4

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	б	г	г	в	б	а	г	в
Вариант II	в	б	г	в	а	б	б	в

Тест 5

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	в	г	в	б	в	г	г	в
Вариант II	б	а	г	в	б	в	б	г

Тест 6

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	в	г	г	б	а	в	г	б
Вариант II	б	в	а	б	г	в	г	а

Тест 7

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	б	г	б	в	а	в	г	б
Вариант II	б	в	г	б	г	а	в	в

Тест 8

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8
Вариант I	г	в	г	б	г	г	а	в
Вариант II	а	г	б	в	в	б	в	г

§ 11. Подобие фигур (16 часов)	4
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ. СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОДОБИЯ	4
ПОДОБИЕ ФИГУР. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	6
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1	14
УГЛЫ, ВПИСАННЫЕ В ОКРУЖНОСТЬ	14
ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ОТРЕЗКОВ, ХОРД И СЕКУЩИХ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	17
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2	19
§ 12. Решение треугольников (11 часов)	20
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ	20
ТЕОРЕМА СИНУСОВ	22
СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА И ПРОТИВОЛЕЖАЩИМИ СТОРОНАМИ	23
РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	25
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3	29
§ 13. Многоугольники (15 часов)	30
ЛОМАНАЯ	30
ВЫПУКЛЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ	32
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ	33
ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИУСОВ ВПИСАННЫХ И ОПИСАННЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ	35
ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ	39
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4	39
ПОДОБИЕ ПРАВИЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	40
РАДИАННАЯ МЕРА УГЛОВ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	43
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5	47
§ 14. Площади фигур (12 часов)	48
ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА	48
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА	50
ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА	51
ФОРМУЛА ГЕРОНА ДЛЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	52
ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ	53
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6	53
ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИУСОВ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКА	54
ПЛОЩАДИ ПОДОБНЫХ ФИГУР	55
ПЛОЩАДЬ КРУГА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ	57
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7	58
ОБОБЩАЮЩЕЕ ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ПЛАНИМЕТРИИ	59
ТЕСТЫ	60
ТЕСТ 1	60
ТЕСТ 2	62
ТЕСТ 3	65
ТЕСТ 4	67
ТЕСТ 5	69
ТЕСТ 6	71
ТЕСТ 7	73
ТЕСТ 8	75
ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ	77

